Zweites Heft.

Vom Wachsthum der Waldbäume,

insbesondere den Reihen ihrer körperlichen Entwicklung.

§ 61. Der vorige Abschnitt handelt nur von den immer gegenwärtigen Verhältnissen der Bäume, deren Formen und Größen; dem gegenwärtigen kommt es zu, aus diesen ihre Vergangenheit und Zukunft abzuleiten, zu erforschen, wie dieselben sich in ihren verschiedenen Lebensaltern verändern, welche Formen und Größen sie bekommen, bis sie vor Alterschwäche absterben. Wenn also der vorige Abschnitt vom Baum im Zustand der Ruhe handelte, so wird der jetzige den Baum im Zustand der Bewegung betrachten, oder die Inhaltsvermehrung, welche er jährlich erlangt, indem er sich in einen größern Raum bewegt, darzustellen suchen. Es besteht hierin eine regelmäßig wiederkehrende Ordnung, oder es wird eine Reihe in der Entwicklung eingehalten. Die gewöhnliche Ordnung, wie sie auf die Keimung der Saamen folgt, wird man vorzüglich betrachten und darzustellen suchen, indem diese Verjüngungsart den Waldbäumen am allgemeinsten zukommt; die Verjüngung durch Stockausschlag, Stecklinge, Absenker, ist weniger naturgemäß und allgemein und die hierauf folgende Entwicklung läßt sich durch Vergleichung angeben.

Im Saamen ist das Pflänzchen schon gegründet, durch Einwirkung der Wärme und des Wassers verlängert sich aus ihm zuerst die Wurzel, und wenn diese befestigt ist, verbreiten sich die Saamenlappen, dann entwickeln sich die ersten Stengelblätter, und zwar noch auf Kosten der Bestandtheile des Saamens; hierauf beginnt erst die Stoffaneignung und Umwandlung oder das eigentliche Wachsthum, deren räumliches Ergebniß vorzüglich der Gegenstand unserer Betrachtung wird.

Durch Blätter und Wurzeln sammeln die Bäume jährlich die ihnen dienlichen Stoffe aus ihrer Umgebung, verarbeiten sie durch ihre Lebenskräfte und vergrößern damit den vorhandenen Baumkörper. Es lagert sich dadurch jährlich eine neue Schichte zwischen das jüngste Holz und die jüngste Rinde; diese verbreitet sich über die ganze Oberfläche des Baumes, soweit die Rinde reicht und noch grün ist, verdickt die vorhandenen Baumtheile, verlängert aber auch die Aeste und Wurzeln, vermehrt die Verzweigung in dem Maße, wie es der aufgenommene und umgewandelte Stoff erlaubt. Es nimmt dadurch am stärksten der Holzkörper um einen Jahrring, aber auch der Rindenkörper um eine neue Bastschichte zu. Diese neuen Holz- und Rindenschichten müßen sich jährlich über eine größere Fläche verbreiten, weil sie alle älteren Holzschichten einschließen, und zwar im Verhältniß wie die Baumoberfläche zunimmt. Auf diese Art entwickeln sich jedoch nur die exogenischen Pflanzen, wozu unsere Waldbäume gehören, bei andern, den Palmbäumen, Datteln, auch noch den Gräsern, ist der Wuchs das Ergebniß der Hinzufügung von Innen ausgehend, endogenisch. Bei den Palmen ist der Stamm sehr cylindrisch, erreicht eine große Höhe und trägt nur auf dem Gipfel einen Büschel Blätter, der Schaft aber zeigt weder Markstrahlen, noch Mark, noch Rinde, sondern ist im Umfang dichter, im Innern allmählig weicher und poröser. Aller Zuwachs liegt hier nur in der Verlängerung des Baumes, die eben so erfolgt, wie man ein Fernrohr verlängert, ohne daß sich der Schaft verdickt, die Verlängerungen werden im Umfange bald so fest, daß eine spätere Verdickung unmöglich wird, und alle Säfte nur der Verlängerung dienen können.

§ 62. Das Wachsthum unserer Waldbäume ist kenntlich und meßbar durch die Raumvermehrung, die der Baum in bestimmten Zeiten erlangt; wir bestimmen es also durch Messung der Faktoren des Baumkörpers, den Höhen, den Durchmessern der Grundflächen, den Schirmflächen ꝛc. Zu solcher Erforschung des Baumwachsthums sind jedoch lange Zeiträume und genaue und oft wiederholte Ausmessungen nöthig. Sichere Resultate erhält man auch nur, wenn man dieselben Bäume jährlich genau ausmißt, und dieß ihre ganze Lebensdauer hindurch fortsetzt. Thut man dieß an einer Anzahl gleichgestellter Bäume, welche im Alter von einander nur wenige Jahre abstehen, so läßt sich die Beobachtungszeit verkürzen, man

kann aber daraus um so schwerer einen gemeinsamen Zuwachsgang ableiten, je weniger Messung man vornimmt. Eine nur einjährige Beobachtung, wenn auch vieler Bäume, hat immer einen geringen Werth, weil doch immer die Bodenkräften und die freie oder geschlossene Stellung noch so ungleich einwirken, daß auf die Zuwachsveränderung, welche das Alter veranlaßt, nicht richtig geschlossen werden kann. Eine 10jährige aber kann hinreichend sein, weil dann die Zuwachsgrößen nach dem Alter aneinander angeschlossen und verglichen werden können. Zuwachsscalen, die in 5 oder 10jährigen Abständen den Baumzuwachs angeben, haben daher nur einen Werth, wenn sie an denselben Bäumen durch langjährige Messung aufgefunden wurden, aber solche sind selten, sie haben gar keinen Werth, wenn der Baumzuwachsgang durch Ausmessung des letzten Zuwachses von wenigen Bäumen vom verschiedensten Alter in kurzer Zeit bestimmt wurde, besonders, wenn diese Bäume im Alter weit und ungleich von einander abstehen und nicht gleichen Standort haben.

Auch die Zeit der Ausmessung hat auf die Richtigkeit der Resultate Einfluß. Am besten ist, wenn man den Baum ausmißt, in der Zeit, wo sich derselbe entlaubt hat, weil der Baum hier selbst eine Pause in seinem Wachsthum macht. Mißt man im Sommer, so fällt man in die Bewegung hinein, man ist in Ungewißheit, ob ¼, ½ oder ¾ des Jahreszuwachses vorhanden ist. Wollte man die Sommersmitte als Zeitpunkt des erfolgten halben einjährigen Zuwachses ansehen, so kann man fehlen, indem die Dimensionen des halben einjährigen Zuwachses gerade nicht vorhanden sind, da dieß nach Holzart, Lage, Klima, selbst nach der Jahreswitterung abweicht. Die Dimensionen des Herbstes sind annähernd schon im Sommer vorhanden, aber die Jahrringe sind noch unausgebildet. Da die Länge und Dicke sich nicht gleichzeitig ausbilden, so können die Dimensionen des ausgelegten halben einjährigen Zuwachses nur durch Halbirung der Dimensionen des Frühjahrs und des nächstfolgenden Herbstes gefunden werden.

Will man den Gang des einjährigen Zuwachses beobachten, so muß man in kurzen aber gleichen Zwischenzeiten vom Beginn des Frühjahrs an den Sommer hindurch bis im Herbst genaue Messungen vornehmen.

§ 63. Das Wachsthum einer Pflanze wird vorzüglich durch die Umgebung derselben, den Eigenschaften des Wachsraumes, dem

Boden- und Luftraume, den sie einnimmt, bestimmt. Eine Fläche Land, welche in höherem Grade solche Eigenschaften in sich vereinigt, welche die Vegetation begünstigen, bezeichnen wir als fruchtbar, weil sie ein größeres räumliches Ergebniß an Pflanzenstoffen liefert. Diese Eigenschaften bestehen jedoch nicht schon da, wo die zur Pflanzenbildung nöthigen Stoffe vorhanden sind, sondern es muß auch die Umwandlung dieser Stoffe begünstigt werden, so daß sie zu nähern Bestandtheilen werden, und sich zu Pflanzenorganen, besonders Zellen, gestalten. Die Kräfte, welche die Aufnahme und Umwandlung der Stoffe bedingen, sind uns noch wenig, die der Gestaltung noch gar nicht bekannt, es liegt eben in der Lebenskraft ein Bildungstrieb. Zur Umwandlung ist Licht und Wärme nöthig. Dieß sind die belebenden und erregenden Kräfte, denn erst mit der Wärme des Frühjahrs und Sommers beginnt und steigert sich bei uns die vegetative Thätigkeit.

Bei allen dauernden erogenischen Gewächsen stützt sich die Ernährung auf vier in einem Gegensatz zu einander stehende Organe, die Wurzel, das Blatt, das Holz und die Rinde. Eine vollkommene Rinde fehlt nur bei den einjährigen Pflanzen und den dauernden Monocotyledonen, bei denen sich auch die älteren Schafttheile nicht mehr verdicken. Bei den niederen Pflanzen erscheinen nur 2 Organe, die Wurzel und das Blatt. Die Funktionen dieser Organe sind noch ziemlich unbekannt.

Die Pflanze vermag nur Flüssiges und Gasförmiges als Nahrung aufzunehmen, Festes also nur, in so ferne es durch Wasser &c. aufgelöst flüssig werden kann. Das Flüssige nimmt die Pflanze vorzüglich durch die Wurzeln auf, durch die Blätter verdunstet dieselbe das überflüssige Wasser des Pflanzensaftes und setzt die übrigbleibenden Massen dem Einflusse der Luft und dem Lichte aus, wodurch dieselben in die nähern Bestandtheile verwandelt werden. Das Gas, das die Blätter vorzüglich aufnehmen können, ist Kohlensäure, deren Verbindung mit dem Pflanzensafte nur unter Einwirkung des Lichtes stattfindet, wobei der Sauerstoff ausgeschieden wird; die meiste Kohlensäure scheint jedoch mit dem Wasser und vorzüglich durch die Wurzeln aufgenommen zu werden. Die Blätter erscheinen dann mehr als Verdünstungs- und Desoxidationsorgane.

Zum Aufsaugen sind die Wurzelenden mit einem stärkmehlreichen Saugschwämmchen versehen, das Heben des Saftes er-

leichtert der mikroskopische Bau der Pflanze, die Haarröhrchenanziehung, die Erwärmung und Gasentwicklung im Safte, jede obere Zelle saugt aus der untern und verbessert den Saft, die oberste Zellenschichte wird entleert durch das Blatt, dessen Verdunstung und Ausscheidung. Am wenigsten kennen wir noch die Funktionen der Rinde der höherstehenden Pflanzen, die Leistungen des Blattes scheinen darin fortgesetzt zu werden, der veredelte Saft darin abzusteigen, während er im Holze aufsteigt, welches also die Funktionen der Wurzel fortsetzt.

§ 64. Das Pflanzenleben ist vorzüglich vom Wasser abhängig. Pflanzen gedeihen so weit und so lange ihnen das Wasser in genügender Menge zur Verdunstung zukommt; hiezu im Boden vorhanden bleibt und nicht zu Eis erstarrt; es fehlt deßhalb eine Vegetation nur in den heißen Sandwüsten und über der Schneegrenze. Das Wasser ist nicht nur das auflösende Element im Boden, welches die Nahrungstheile flüssig macht und den Wurzeln zuführt, sondern ist selbst ein Hauptnahrungstheil. Die nähern Bestandtheile der Pflanzen bestehen:

1) aus den Elementen des Wassers und einer Menge Kohlenstoff, wie die Holzfaser, das Stärkemehl, Zucker, Gummi;
2) aus den Elementen des Wassers, Kohlenstoff plus einer Menge Sauerstoff, wie die organischen Säuren;
3) aus den Elementen des Wassers und Kohlenstoff minus einer Menge Sauerstoff, wie die Oele, Harze, das Wachs.

Auf 1000 Theile Wasser kommen im Baumsaft nur 2—20 feste Theile. Grünes Holz enthält 30—60 Procent Wasser, ein Jahr altes noch 20—25 Procent, der Wassergehalt sinkt höchstens auf 10 Procent. Im grünen Holz ist der Wassergehalt im Winter am unbedeutendsten. Neben dem betragen die Elemente des Wassers noch die Hälfte der festen Holzmasse.

Sehr entscheidend wirkt deßhalb die Feuchtigkeit der Luft und des Bodens auf den Zuwachs der Waldbäume. Der Wassergehalt der Atmosphäre wechselt mit der Temperatur derselben, bei höherer Temperatur kann sich eine größere Menge Wasserdunst in der Luft halten, als bei niederer, die Verdunstung ist dabei stärker, darum stärkere Regen, stärkerer Thau in warmen Gegenden. Die Verdunstung steigt nebstdem mit der Beschaffenheit der Oberfläche des

verdunstenden Körpers, mit dem Nachlassen des Luftdrucks, dem Wechsel der Luft; sie ist stärker auf Gewässern, auf unebnem und porösem Land, sehr bedeutend auf bewaldeten Flächen. Der Waldboden bleibt dabei feuchter als jeder andere, weil der Schluß und die Bodendecke das schnelle Abfließen des Regenwassers hindern, besonders, wenn der Humus und Thon das Aufsaugen und Eindringen fördern, die Winde nicht auf den Boden wirken, es muß denn das Bodenwasser mehr durch die Pflanze selbst verdunsten. Das Eindringen und Haften des auffallenden Regenwassers eines Bodens wird gemindert durch abhängige und warme Lage, durch leichten festen, glatten und unbedeckten Boden, es lauft dann das Regenwasser darüber weg, ohne zu netzen, nur durch eine Bodendecke und Bewaldung ist es hier zurückgehalten. Steile Sommerlagen geben besonders wegen dem öftern Ausgehen der nöthigen Bodenfeuchtigkeit so geringen Zuwachs. Die Verdunstung, das Bedürfniß an Wasser, steigt bei derselben Holzart, mit deren Höhe, Oberfläche, Blattmasse; unter den Holzarten ungefähr in folgender Reihe: Kiefern, Lerchen, Birken, Eichen, Fichten, Tannen, Buchen, Ahorn, Eschen, Erlen. Auf das Fortkommen der Nadelhölzer hat jedoch auch die Feuchtigkeit der Luft großen Einfluß. Stehendes Wasser wirkt vorzüglich dadurch ungünstig, daß es eine Vegetation begünstigt, welche wir nicht achten, indem diese dann vorzüglich aus Moosen, Riedgräsern, Binsen &c. besteht.

§ 65. Der Kohlenstoff ist der vorwiegende Bestandtheil in allen festen Theilen der Pflanze. Er beträgt im trocknen Holze noch nahe die Hälfte des Gewichts. Kohlenstoff und die Elemente des Wassers bilden vorwiegend alle Pflanzentheile; die andern in Verbindung mit diesen noch vorkommenden Stoffe betragen nur wenige Procente. Diese sind die Alkalien, dann Stickstoff, Schwefel und Phosphor, wovon die letzteren vorzüglich nur in den Saamen vorkommen; der Stickstoff beträgt selten mehr wie 4 Procent und der Schwefel und Phosphor selten mehr wie 2 Procent. Den Kohlenstoff kann die Pflanze durch die Wurzeln aus dem Boden und durch die Blätter aus der Luft erlangen. Die Luft enthält 0,0003—6 Kohlensäure, welche durch die Bewegung der Luft den Pflanzen überall ziemlich gleichmäßig angeboten ist, wenn sie als Gas aufgenommen wird.

Dem Boden und den Wurzeln wird aber auch durch das Wasser, das die Kohlensäure begierig aufnimmt, diese in Menge zugeführt. Da sich das vegetabilische Ergebniß so sehr mit der Regenmenge, durch Bewässerung und die Verdunstung steigert, so hat die mittelbare Aufnahme durch das Wasser mehr für sich als die unmittelbare des Gases durch die Blätter. Der durch die Vegetation der Luft entzogene Kohlensäuregehalt ersetzt sich durch das Verbrennen und Verfaulen von Pflanzenstoffen, durch den Athem der Thiere.

In der gemäßigten, aber nicht in der heißen Zone erhält sich durch die Humusbildung ein Kohlenstoffvorrath im Boden. Der Humus im Boden wirkt auf die Vegetation, indem er selbst Nahrung wird, Kohlensäure liefert, indem er mineralische Stoffe auflöslich macht, humussaure Salze bildet, indem er die Feuchtigkeit zurückhält, Feuchtigkeit und Gase, besonders Ammoniak aus der Luft anzieht. Vorzüglich die letztern Eigenschaften scheinen in vielen Böden, die Abhängigkeit der Vegetation vom Humus zu veranlassen. Auch sind die schon einmal zu Pflanzenstoffen vereinigten Elemente bei ihrer Lösung nahrhafter als die noch nicht verbundenen. Wir sehen darum der höheren Pflanzenwelt meist eine niedere vorausgehen, die einen Kohlenstoffvorrath im Boden ansammelt, dann von höher stehenden Pflanzen verdrängt wird, diese suchen die Humusansammlung immer fortzusetzen und räumen den Platz nur tiefer stehenden Pflanzen, wenn die Humusansammlung durch Entblößung, Streurechen gestört, und die Vorräthe heruntergebracht wurden. Diese Steigerung der Fruchtbarkeit mit dem Humus ist am auffallendsten bei jedem an Thon und Alkalien armen Boden, der gewöhnlich auch trocken ist; außerdem ersetzt der Thon die Eigenschaften des Humus, sie kommt nicht vor in warmen Ländern, aber dort wird auch jeder trockne Boden leicht zur Wüste.

Die mit den Kohlenstoffverbindungen noch in geringer Menge sich verbindenden Stickstofftheile bestimmen die für die Ernährung der Thiere so wichtigen Proteinverbindungen. Bei den Waldbäumen kommen vor die eiweißartige Auskleidung der Zellen, dann der Kleber in dem Saamen, vorzüglich bei den Hülsenfrüchten noch das Legumin.

§ 66. Die in den Pflanzen sich vorfindenden Metalloxide betragen nur 1—5 Procent. Diese sind Kali, Natron, Kalk und Bittererde, dann Eisen- und Manganoxide. Es sind dieß die Be-

standtheile der Pflanzenaschen. Die Hälfte derselben besteht aus pflanzensauren Kalksalzen, welche durch die Verbrennung in kohlensaure verwandelt werden, die andere Hälfte in kohlensaurem Kali, welches zuweilen zur Hälfte wieder durch Natron vertreten ist, $1/_{20}$ der Asche sind Magnesiasalze, etwas weniger betragen die Eisen- und Mangansalze. Der Vorrath an diesen Alkalien ist im alten Holze immer viel geringer als im jungen Holze und den Blättern oder den krautartigen Pflanzen und Flechten.

Die Alkalien haben eine hohe Bedeutung für das Pflanzenleben, indem sie die Verwandlung der von der Pflanze aufgenommenen Nahrungsstoffe vermitteln. Sie sind dadurch vorzüglich in den saftreicheren Theilen angehäuft und verschwinden sehr, wie diese zur Reife gelangen. Sie sammeln sich im Herbste vorzüglich in den Blättern, aus denen sie der Regen bald auswäscht, wodurch sie bald wieder in den Boden gelangen. Von den Alkalien können Kali, Natron, Bittererde und Kalk einander vertreten, selbst die Kieselerde zum Theil, wenn diese mehr fehlen, diese herrscht jedoch nur im Nadelholze und bei den Gräsern vor. Die Menge der Alkalien, welche sich im Holze ablagern, ist weder bei derselben Holzart noch unter den verschiedenen Holzarten gleich. Die Holzarten, die am wenigsten Alkalien im Holze ablagern, sind im Allgemeinen die genügsamsten, wie die Kiefern; mehr Asche geben Buchen, Eichen, Ahorn, Eschen, diese machen aber auch größere Ansprüche auf den Boden. Die Bodenarten, die viel lösliche Alkalien enthalten, sind im Allgemeinen die fruchtbarsten. Der Sand ist am ärmsten hierin, Lehm, Thon, Mergel- und Kalkböden sind besser hiermit versehen.

§ 67. Die Abhängigkeit der Vegetation von der Wärme zeigt uns schon das Verhalten des Wassers an, wo und wie dieses gefriert, hört das Wachsen der Pflanzen auf. Die Vegetation verschwindet darum über der Schneegrenze, die unter dem Aequator 15,000′ hoch, im südlichen Deutschland 8000, im nördlichen nur 5000′ und unterm 72° nördlicher und südlicher Breite auf dem Meeresspiegel aufliegt. Mit dem senkrechten Abstand von der Schneegrenze nimmt die mittlere Jahreswärme und die Regenmenge zu, gleichmäßig entfaltet sich die Vegetation mit größerer Mannigfaltigkeit und Ueppigkeit. Die durch wechselseitige Einwirkung von

Feuchtigkeit und Wärme einer Gegend eigenthümliche durchschnittliche Witterung heißt Klima. Dieses ist jedoch neben dem Abstand von der Schneegrenze noch sehr von der Umgebung abhängig, es macht einen großen Unterschied, ob eine Gegend innerhalb großer Landmassen, oder am Meere als Küste, Insel oder Halbinsel liegt. Das Land kühlt sich schneller ab, erwärmt sich aber auch durch die Sonnenstrahlen viel schneller als das Wasser; deßhalb haben Inseln und Küsten kühlere Sommer und wärmere Winter, große zusammenhängende Landmassen strenge Winter und warme Sommer. Der Einfluß von Seen, Flüssen, Sümpfen und selbst Wäldern ist dem des Meeres ähnlich, nur geringer. Benachbarte Gebirge, wenn diese bis in die Schneegrenze hinein ragen, wirken kühlend auf die Umgegend, Sandwüsten nur im Sommer erwärmend.

Das Klima wird noch unterschiedlich durch die Vertheilung der Wärme auf die Jahreszeiten, durch die Länge des Winters und Sommers, durch die Temperaturschwankungen in jeder Periode, durch die Regenmenge, die Windrichtung, welche in gewissen Zeiten vorherrscht. Je nach dem gemeinsamen Einfluß der metereologischen Verhältnisse gruppirt sich die Pflanzenwelt in einer Gegend. In der gemäßigten Zone entscheidet vorzüglich der mittlere Wärmegrad während des Sommers, indem die hier vorkommenden Pflanzen während dem Winterschlaf höhere Kältegrade leicht ertragen; die Pflanzen, die gegen Temperaturwechsel in der Vegetationszeit sehr empfindlich sind, meiden solche Gegenden, denen dieß eigenthümlich. In den wärmeren Strichen zeigt sich jedoch der Pflanzenwechsel noch von andern, meist unbekannten Verhältnissen abhängig.

Zunächst an der Schneegrenze, im Norden, wie im Süden, wachsen nur Flechten und Moose, etwas tiefer erscheinen zuerst Alpenkräuter, dann Gesträuche von Nadelhölzern, die, wie man sich mehr von der Schneegrenze entfernt, höher werden und sich zu Wälder gestalten, es sind dieß zuerst die Fichten, die Lerchen und die Zürbelkiefern, bald gesellen sich zu ihnen die Kiefern, die Birken, die Ahorne, man ist schon ein paar tausend Fuß von der Schneegrenze entfernt, wenn die Buchen, Weißtannen, Spitzahorne, Eschen auftreten, noch tiefer kommen die Ulmen, Heinbuchen, die Aspen, die Eichen, 4000′ unter der Schneegrenze erst die Feldahorne, die gemeinen Erlen und Sahlweiden. Den Birken und Aspen

ist es eigenthümlich, daß sie in nördlichen, aber mehr ebenen Gegenden näher an die Schneegrenze rücken, als in südlichen Gebirgen. Erst in wärmeren Strichen als Deutschland erscheinen die wintergrünen Laubwälder, die Feigen, Myrthen und Lorbeerartigen Pflanzen, erst wenn man sich der heißen Zone naht, treten die Palmen, Kissusstämme, die Bananen und Farrenbäume auf.

Je mehr man sich der Schneegrenze nährt, desto mehr beschränkt sich die vegetative Thätigkeit auf Ligninbildung, wie die mittlere Wärme zunimmt, steigt die Saamenerzeugung, und damit vorzüglich die Stärkmehlbildung. Der Sommergetreidebau tritt erst 3000′ unter der Schneegrenze auf, und zwar zuerst nur auf Sommerseiten, vorzüglich kleber- und eiweißhaltige Früchte erst 5000′ unter der Schneegrenze, die Zuckerbildung erst 6000′, die Oelbildung wird erst reichlich 8000′, die Milchsaft gebenden Pflanzen werden zahlreich erst 10,000′ unter der Schneegrenze.

Die Stoffbildung verkürzt und vervielfältigt sich wie das Quadrat der mittleren Temperatur. Wo der Getreidebau auftritt, ist man mit 3facher Erndte im Verhältniß zur Aussaat zufrieden, das Ergebniß steigt in den günstigsten Strichen aufs Hundertfache. In Deutschland steigert sich bei sonnigem warmem Sommer die Saamenerzeugung, Stärkmehlbildung auf Kosten der Ligninbildung, in trüben regnerischen Sommern tritt die Saamenerzeugung zurück, das Getreide, die Kartoffeln ꝛc. treiben in solchen Jahren auffallend große Stengel, die Waldbäume erzeugen nur tauben Saamen, dem Obst fehlt der Zuckerstoff.

In Deutschland ist noch zu unterscheiden:

1) das Küstenklima, mit etwas niederer, aber gleichmäßiger Luftwärme, als im Bienenlande, aber heftigen Winden. Nur die dem Landbau nicht günstigen Strecken bleiben hier dem Waldbau, auf diesen herrscht an den norddeutschen Küsten die Kiefer.

2) Das Klima der Tiefebnen, Flußniederungen mit längeren und warmen Sommern. Diese Strecken hat sich beinahe ganz der Landbau angeeignet, nur auf nassen Flächen trifft man Wälder von Erlen, Pappeln, Eschen, oder auf trocknen sandigen die Kiefer.

3) Das Klima der Hochebnen, mit kurzen aber warmen Sommern, sie haben je nach der Erhebung noch Getreidebau oder

nur Grasbau, und bleiben bei größerer Erhebung mehr dem Waldbaum, dann sind die Hauptholzarten die Fichte, Kiefer, Birke.

4) Das Gebirgsklima. Im Hochgebirge hat man nur Sommer und Winter, vorherrschenden Waldbau mit der Fichte als Hauptholzart, auf kleineren Strecken die Lerche, Zurbelkiefer, Legfohre.

5) Das Klima des Hügellandes begünstigt die Vegetation. Das gute Land benützt hier aber immer der Landbau, nur auf den steileren Nordhängen erhalten sich noch Laubholzwälder, auf den Südhängen, wo steinige Strecken sind, Kiefernwälder.

§ 68. Durch die Neigung und Umgebung einer Fläche ändert sich das örtliche Klima oft so, daß 2 ganz nahe aneinander liegende Flächen eine sehr verschiedene Vegetation zeigen.

Durch die Lage wird verändert:

1) Der Einfallwinkel der Sonnenstrahlen, die Lichteinwirkung, die Wärmeentwicklung und die Verdunstung;

2) Die Einwirkung der Regen; je stärker die Neigung, desto weniger kann das auffallende Wasser eindringen, es fließt schnell darüber hinweg, spült Bodentheile ab, oder reißt bei starken Regen Gräben, oft den Thälern gleich, in den Boden und legt die Felsen blos.

3) Die Einwirkung des Thaues, die Bildung der Nebel, der Reife, Fröste; es hängt dieß sehr von der Umgebung und Richtung eines Abhanges ab; an einem Flusse, in Thälern haben die unteren Theile des Abhanges starken Thau und oft Nebelbildungen und Reife, denen der obere Theil des Abhanges nicht ausgesetzt ist. Besonders die nach Norden und Osten geöffneten Thäler und frei liegenden Hänge leiden häufig durch Fröste.

4) Die Einwirkung der Winde wird erhöht, ihre Richtung verändert und je nach der Neigung und Richtung den trockenen Polar- oder feuchten Aequatorialströmen mehr Einwirkung gegeben; vorstehende Berge, Felsen, Wälder schützen etwas hiergegen.

5) Je stärker die Neigung, desto mehr wird die der Atmosphäre ausgesetzte Bodenoberfläche vergrößert; Regen und Thau,

welche lothrecht einfallen, werden dadurch nicht mehr erlangt, aber Licht, Wärme, Wind wirken kräftiger und machen die Fläche meist trockner, besonders da solche Flächen schon in Folge der Neigung flachgründiger sind.

Bei einer Neigung von 20 Grad wird der Ackerbau schon selten, bei 30° verschwindet schon Weide und Wiese, nur der Wald hält sich noch, bei einer Neigung, die 45° übertrifft, erscheinen die Wände meist kahl, die Erde ist abgespühlt und die Felsen sind hervorgetreten, nur auf einzelnen natürlichen Terrassen hält sich die Erde, nur sie sind bewaldet. An steilen Hängen kann nur eine dichte Vegetation, der Wurzelfilz eines Waldes, die Erde gegen Abspülung schützen; der Regen kann nur durch Bedeckung des Bodens mit Pflanzen und Laub eindringlich und haftbar gemacht werden, die wasserhaltende Kraft des Bodens hilft hiergegen wenig, am ersten noch Terrassirung oder horizontale Gräben. Die Einwirkung der Sonnenstrahlen und der austrocknenden Winde kann ebenfalls nur durch den dichten Schluß des Waldes und die Bedeckung des Bodens gemindert werden. Auf dem Frost ausgesetzten Flächen schützt der Schirm der Mutterbäume die junge Pflanze vor dem Erfrieren. Es erhalten sich dadurch noch Wälder und in diesen noch solche Holzarten, auf Flächen, wo diese nach einer Entblößung nicht mehr aufzubringen, und auf denen selbst nachher weniger empfindliche Holzarten schwer zu erziehen sind.

Die Wirkung der Neigung zeigt sich verschieden nach der Himmelsgegend, welcher sich eine Fläche zuwendet, wie die Neigung nicht unbedeutend ist. Auf Südseiten ruht die Sonne zu senkrecht und den ganzen Tag, erzeugt dadurch leicht Extreme von Hitze, überhaupt Trockene im Boden und der Luft. Die Vegetation wird hier zu frühe erregt, und daher sind Spätfröste oft schädlich. Sie ist der Waldvegetation am wenigsten günstig, indem diese mehr von Feuchtigkeit als von größerer Lichteinwirkung abhängig ist. Je weiter man aber nach Norden rückt, desto mehr verliert sich dieß, desto mehr beschränkt sich der Feldbau auf die Südseiten. Auf die Nordseiten wirken die Sonnenstrahlen in schiefer Richtung und erst spät am Tage, die mittlere Luftwärme steht aber dabei gegen die nähere Südseite gewöhnlich wenig zurück, nur die schnellen Uebergänge zwischen Kälte und Wärme, die Extreme der Hitze werden vermieden. Sie sind in Deutschland und weiter nach Süden dem

Waldbau günstiger als die Südseiten, zeigen immer schönere Wälder als jene. Der Westseite werden nur Winde häufig gefährlich, sie hat sonst nur günstige Eigenschaften für die Waldbäume; die Ostseite aber ist trocken und hat schnellen Temperaturwechsel. Die Südost- und Südwestseite sagt gewöhnlich den meisten Pflanzen zu.

§ 69. Der Boden wirkt auf die Vegetation: je nachdem

1) die Bestandtheile in ihm mehr oder weniger vorhanden und auflöslich sind, welche der Pflanze zur Nahrung dienen:
2) je nachdem er die Feuchtigkeit zurückhält, die Verdunstung mindert oder steigert, dadurch je nach Klima und Lage trocken, feucht oder naß wird;
3) je nachdem er eine höhere Temperatur anzunehmen geneigt ist, dadurch die Wirkungen von Klima und Lage günstiger oder für die Vegetation ungünstiger gestaltet;
4) je nach seiner chemischen Thätigkeit, welche durch Einwirkung von Licht, Wärme und Wasser je nach der Lockerheit, Bedeckung ꝛc. wechselt, wobei selbst manche Bodenbestandtheile sich ändern.

Die unveränderlichen Bestandtheile der Böden sind alle unorganischen Ursprungs, es sind Kiesel, Thon, Kalk, Talkerde, dann die Schwermetalloxyde; die veränderlichen sind verschiedene Salze und Säuren, der Humus und das Wasser, sie bilden vorzüglich die Nahrung der Pflanzen. Je nach dem Verhältniß der Hauptbestandtheile gibt es folgende Bodenarten. Sie gehen in einander über, wenn das angegebene Maximum der überschriebenen Erdart erreicht wird.

Benennung.	Kieselerde	Thonerde	Kalkerde	Humus
Sandboden	80—94	0—20	0— 1	2—20
Thonboden	40—70	30—60	0— 5	4—20
Lehmboden	60—75	20—40	0— 5	4—20
Kalkboden	5—20	0—25	20—70	1—20
Mergel	30—50	20—50	5—20	5—20
Humusboden	10—50	0—20	0— 5	50—70
Torfboden	5—20	0—10	0— 3	70—90

Die Bestandtheile der Böden sind abhängig von der Gebirgsart, durch deren Verwitterung sie entstehen. In denselben Gebirgsarten wechselt jedoch das Verhältniß der Gemengtheile sehr. Die Alkalien liefernden Bestandtheile der Gebirgsarten sind besonders der Feldspath, Glimmer, die Hornblende, der Augit, Kalkspath und

Talk. Von den im Boden vorkommenden Salzen wirken die Eisensalze am ungünstigsten auf die Vegetation, sie sind vorzüglich dem Sumpf- und Moorboden eigen. Günstig wirken die kohlensauren Kali und Natron, das Kochsalz, die Ammoniaksalze. Die Thonböden sind hieran reicher, am ärmsten der Sand. Von den Säuren sind häufig im Boden die Salzsäure und Schwefelsäure, letztere in Verbindung mit Kalk und Gyps, die Phosphorsäure in Verbindung mit Eisen. Auf Moorboden ist zu finden die Humussäure mit Kiesel, Phosphor und Essigsäure. Der milde Humus ist der wichtigste Bestandtheil des Wald- und Feldbodens, verbindet sich hier mit Kalk, Talk und Thonerde, verbessert den Boden durch seine Löslichkeit und seine physischen Eigenschaften. Der kohlige Humus gehört dem Torfboden an, und ist unlöslich. Stauberde, ist ein basischer Humus, der durch hitzigen Sand und Kalk eine Zersetzung erlitten hat, die ihn aschenähnlich gemacht hat, sie ist trocken und unlöslich. Das bloße Vorhandensein der Bodenbestandtheile erlaubt noch keinen Schluß auf das Produktionsvermögen eines Bodens, indem es zu sehr auf die Löslichkeit der Verbindungen ankommt.

§ 70. Das Bedürfniß der Pflanze an mineralischen Bestandtheilen ist so unbedeutend, daß die andern meist physischen Eigenschaften des Bodens meist viel einflußreicher auf das Wachsthum derselben sind. Da das Wasser der wichtigste Bestandtheil der Böden ist, so ist die wasserhaltende Kraft des Bodens sehr entscheidend. In höherem Maße ist sie dem Thon und dem Humus eigen, am wenigsten dem Sand, sie wird durch Beschirmung und Bedeckung des Bodens unterstützt; sie mindert die Einwirkung der Wärme in warmen Gegenden, auf Südhängen, Sandböden und Kalkböden, diese geben deßhalb hierbei den geringsten Zuwachs, sind aber die besten für Flächen, die durch ihre Lage zur Versumpfung geneigt sind, wie in Niederungen oder Hochebnen, die eine geringe Verdunstung haben. Die durchlassende Eigenschaft des Untergrundes begünstigt die Trockne, die undurchlassende die Versumpfung.

Die Fähigkeit des Bodens, durch die Sonnenstrahlen erwärmt zu werden und diese zurückzuhalten, begünstigt die Vegetation auf kalten Lagen, auf den zur Versumpfung geneigten Orten hindert sie auf Südhängen. Diese Eigenschaft ist dem Sand vorzüglich eigen, dann dem Kalk. Die Thätigkeit des Bodens wird begün=

stigt durch die Feinheit seiner Körner, indem größere Stücke weniger Berührungspunkte haben, leere Zwischenräume zwischen sich lassen. Die Lockerheit begünstigt den Zutritt der Luft, das Eindringen des Wassers, das Verbinden des Sauerstoffs mit dem Boden, das elektrogalvanische Verhalten, besonders wenn Feuchtigkeit und Humus die Zwischenräume ausfüllen, die Bestandtheile verbinden.

Einen bedeutenden Einfluß auf die Vegetation hat die Bodentiefe, die Pflanze erlangt dadurch einen größeren Raum, worin sie Nahrung suchen kann; in den tieferen Schichten geht ihr die Feuchtigkeit nicht aus. Auf flachgrundigem Boden sind deßhalb die Bäume kürzer, die Wälder weniger dicht, als auf tiefgrundigem Boden. Durch die physischen Eigenschaften des Bodens wird die Pflanze vielfach in ihrer Thätigkeit begünstigt, es werden ihr Nahrungsmittel zur Aufnahme vorbereitet, mineralische Bestandtheile aufgelöst, der Humus zersetzt, durchs Wasser der Pflanze zugeführt. Die physischen Eigenschaften der Waldböden sind einem häufigen Wechsel der Zeit und dem Raume nach unterworfen. Sie sind schon wegen dem häufigen Wechsel auf kleinen Flächen nicht alle zu bestimmen, selbst wenn man den Zeitaufwand nicht zu rechnen hätte. Einen Wechsel dem Raume nach, veranlaßt die Lage, die Tiefgründigkeit, selbst wenn die Bodenbestandtheile sich gleich bleiben. Mit der Zeit ändert sich der Humusvorrath, die wasserhaltende Kraft des Bodens, der Vorrath von Salzen und Alkalien, die Auflösungsfähigkeit der Erden, die Beschirmung und Bedeckung des Bodens.

§ 71. Der Einfluß von Klima, Lage und Boden auf die Vegetation erstreckt sich:

1) auf die Verbreitung der Holzarten;
2) auf die Lebensdauer;
3) auf die Stärke der Zuwächse und die Stärke, welche die Bäume überhaupt erreichen.

Durch das Klima sind in Deutschland die wärmeren Lagen dem Fortkommen der sommergrünen Laubhölzer, die höheren Lagen nur den Nadelhölzern günstig, das abwechselnde Auftreten bestimmt Boden und Lage, vergl. § 67, 68, 69. Obwohl es unter den Waldbäumen keine Bodenstete gibt, so gibt es doch:

a) Eine Verbreitung nach der Bodenkraft; den kräftigsten Boden, wie er der Kalkformation eigen, die Mergel-, Thon-

und Lehmböden behaupten in wärmeren Strichen die Eichen, Buchen, untermischt mit Elz- und Mehlbeeren, Ahorn, Eschen, Ulmen, Aspen, Linden, in höheren Gebirgen die Tannen, Fichten, Lerchen und Zürbelkiefern, den armen Sandboden aber überall die Kiefern und Birken, seltner Lerchen.

b) Nach der Feuchtigkeit. Den nassesten Boden bekleiden überall die Erlen, in den Flußniederungen stehen ihnen zunächst die Pappeln, Weiden, Eschen; die Buchen, Eichen, Tannen, Fichten lieben eine mäßige Feuchtigkeit, auf jedem trocknen Boden kommen die Kiefern und Birken fort.

c) Aehnlich wechseln die Holzarten mit der Lage und dem sie erhaltenden Humusvorrath; selbst auf Sandboden sehen wir die Nordhänge meist noch humusreich und noch mit Laubholz, die Südhänge mit Kiefern bedeckt, selbst auf den Kalkformationen sehen wir die Südseiten humusarm und die Kiefern auftreten. Der Wechsel der Holzarten mit der Lage ist am stärksten in Mittelgebirgen, in milderen Gegenden und schwächerem Boden, sie ist geringer in hochliegenden Ländern, im Hochgebirge. Eine mehr gleichförmige Vegetation zeigen Ebenen.

ad 2. Innerhalb der Breitegrade, worunter eine Pflanze fortkommt, ändert sich die Lebensdauer, indem sie sich an der südlichen Grenze verkürzt, an der nördlichen verlängert. Die Lerche erreicht im Hochgebirge ein Alter von 200 Jahren, im mittleren Deutschland ist sie schon im 30. Jahre mannbar, trägt selbst im 15. schon Früchte und wird kaum halb so alt. Ebenso verkürzt sich die Lebensdauer der Kiefer, wo sie mit dem Weinstock zusammenkommt. Bei der Fichte und Tanne ist die Verkürzung weniger auffallend, weil sie solche Striche meiden, an ihre Stelle tritt die Eiche, die Buche, welche ein wärmeres Klima lieben.

In denselben Gegenden verkürzt sich durch südliche und geschützte Lage die Lebensdauer gegen die Nordhänge, doch ist der Einfluß viel schwächer, wie durch eine Aenderung des Klimas. Auch auf Kalk- und Sandboden verkürzt sich die Lebensdauer, doch wird dieß nur da auffallend, wo die südliche Lage mithilft. Sie scheint sich durch den Boden allein nicht viel zu ändern, auf gutem Boden erscheint die Lebensdauer oft nur verkürzt, weil die Bäume bald stockfaul werden, aber wie dieß nicht eintritt, ist sie so lange wie sonst, eine Verkürzung durch Schwächung der Bodenkraft, Streu-

nutzung, oder flachgründigem Boden ist ebenso eine Krankheitserscheinung, woran der Boden nur indirekt schuld ist.

ad 3. Bei gleichem Klima und Lage findet man, daß der Boden, dessen mineralische Zusammensetzung, Humusvorrath und Feuchtigkeitszustand dem Pflanzenleben mehr zusagt, in wenigen Jahren viel größere Bäume erzeugt, als auf anderen, wo dieß weniger der Fall. Der fruchtbare Boden gibt aber in höherem Verhältniß größere Zuwächse, als er in gleichen Zeiten größere Bäume hervorbringt, denn der Zuwachs verhält sich wie das Produkt aus der Baumlänge, Dicke und Jahrringstärke, verhält sich also nahe wie der Kubus der Baumstärken.

§ 72. Im Allgemeinen erreichen die Waldbäume, deren Lebensdauer die längste ist, die größte Stärke: weniger steht die Höhe im Verhältniß zur Lebensdauer. Das Verhältniß der Holzarten untereinander ändert sich jedoch:

1) wie sich mit dem Klima das Verhältniß der Lebensdauer ändert;
2) wie sich eine Holzart der kälteren Grenze ihrer Verbreitung nähert, wo sie zu Gesträuchen heruntersinkt und doch lange dauert;
3) wie Lage und Boden einer Holzart mehr zusagt; auf heißem trocknem Standort erreichen z. B. nur die Kiefern eine besondere Stärke. Im mittleren Deutschland erreichen die Waldbäume durchschnittlich folgendes Alter und Höhe:

Holzart	Lebens-Dauer	Dauer d. Höhenwachsthums	Höhe, welche sie erreicht	Holzart	Lebens-Dauer	Dauer d. Höhenwachsthums	Höhe, welche sie erreicht
Eiche	300	160	90	Kiefer	180	100	90
Linde		150	100	Heinbuche	160	95	70
Buche	250	150	100	Lerche	140	75	100
Weißtanne		150	130	Birke	120	65	80
Fichte	230	150	130	Erle	120	65	80
Ulme		140	100	Aspe	90	60	80
Ahorn	200	130	100	Sahlweide	50	35	45
Esche	180	120	100	Haseln	40	20	25

Es würde unrichtige Verhältnisse herbeiführen, wollte man hier eine solche Lebensdauer ansetzen, welche eine Holzart so selten erreicht, wie der Mensch das 120., sondern muß sich an das allgemeiner Erreichbare halten.

Solche Tafeln gestalten sich durch die Eigenthümlichkeiten eines Landes überall anders. In Rußland sind z. B. die letzten

Glieder dieser Reihe, die Lerche, Birke, Aspe die ersten und die vorstehenden fehlen meistens. In jedem Lande sind andere Holzarten die schnellwüchsigen.

Je kürzer die Lebensdauer ist, desto größer ist im Allgemeinen der durchschnittliche Höhenzuwachs und die Jahrringstärke, desto früher hat man größere Baumhöhen und Baumstärken, desto eher größere Zuwächse; bei den schnellwüchsigen Holzarten läßt aber auch der Zuwachs früher nach als bei den langsamwüchsigen, sie hat bald die ihr entsprechende Höhe erreicht, bleibt dann auf dieser stehen und wird von der langsamwüchsigen überholt, weil diese länger oder mit größerer Ausdauer ihre geringeren Höhentriebe ansetzt. Die schnellwüchsige hat darum nur einen Vorsprung vor der langsamwüchsigen, so lange beide wenige Jahrringe zählen, aber nicht mehr, wenn beide ein gleiches höheres Alter haben, besonders, wenn die schnellwüchsige am Ende ihrer Lebensdauer angekommen ist. Dabei liefert noch die schnellwüchsige Holzart im Allgemeinen ein schwammigeres leichteres Holz, oder hat dünnere und weitere Zellen angesetzt.

§ 73. Die Existenz aller Pflanzen wie der Thiere ist abhängig von einer genau bestimmten Reihe von Ereignissen, durch welche sie zuerst als Saamen gegründet werden, sich aus ihm entwickeln, durch Zuwachsansammlungen vergrößern, dann fortpflanzen, älter, schwächer werden und auflösen. Diese Ereignisse sind an Zeit und Raum gebunden, durch die erlangte Entwicklung, welche die Pflanze immer zu größerer Thätigkeit befähigt, durch die Größe und Lebensdauer, welche sie erreichen kann. Da das eine Ereigniß immer das andere bedingt, die vorgegangene Entwicklung die nachfolgende, so sind auch gewisse Ereignisse nur von gewissen Zuständen abhängig, und da diese mit dem Alter wechseln, so vertheilen sie sich folgegerecht auf die einzelnen Zeitabschnitte je nach der Lebensdauer der Holzarten.

Man theilt gewöhnlich die Lebensdauer in 4 Perioden, und nennt sie Jugend, Jünglingsalter, Mannesalter und Greisenalter. So wie diese Perioden bei den Thieren und Menschen nicht von gleicher Länge sind, ist es auch bei den Pflanzen der Fall. Die Periode, welche man mit dem Mannesalter zu vergleichen berechtigt ist, dauert auch hier gewöhnlich noch länger als Jugend und Jüng-

lingsalter zusammen, und das Greisenalter, das schon viele Pflanzen gar nicht erlangen, ist von ganz unbestimmter Länge, indem dieß von der gesunden Leibesbeschaffenheit des betreffenden Baumes selbst abhängig ist, welche schon von der klimatischen und der Bodenbeschaffenheit bedungen wird, aber auch vom Zufall begünstigt sein muß, es darf nicht schon durch Verletzung in der Jugend der Grund zu inneren Krankheiten gelegt sein. Man erkennt den Eintritt und das Vorhandensein dieser Perioden schon an der Stärke, welche der Baum erlangt hat, dann aber an dem Vorherrschen oder Fehlen des Höhenwuchses, an der Neigung zum Saamentragen, dem Gipfeldürrwerden. Obgleich der Baum seine ganze Lebenszeit hindurch wächst, so zeigt sich doch ein großer Unterschied in seinem Wachsthum, und zwar in dem Verändern der Höhenwüchse und Jahrringstärken. Man findet an allen Pflanzen, daß ihre Lebensthätigkeit sogleich nach ihrer Gründung aus dem Saamen in der höchsten Potenz wirksam ist, und daß diese Thätigkeit mit dem Alter und gewöhnlich auch mit dem Erreichen einer schon wirksameren Ausbreitung immer mehr nachläßt. Dieses Nachlassen zeigt sich jedoch nicht in allen Theilen des Baumes zugleich und gleichmäßig, ist aber bei allen Holzarten einander ähnlich, es zeigt sich immer schon mit dem Eintritt ins Jünglingsalter und dauert so lange der Baum nur lebt, richtet sich daher nach der Lebensdauer, die Jugend dauert z. B. bei Aspen und Lerchen nur 15, bei Kiefern 20, bei Buchen 30 Jahre, in diesem Verhältniß tritt auch das Nachlassen früher ein, aber der Erfolg der Ernährungsthätigkeit zeigt sich im umgekehrten Verhältniß größer, so daß in der Periode z. B. von Aspen und Buchen gleiche Größen erreicht werden können.

In der Jugend ist die Lebensthätigkeit der Pflanze in so hohem Grade wirksam, daß die Höhenwüchse jährlich an Stärke zunehmen, aber schon im Jünglingsalter haben sie ihre größte Stärke erreicht und vergrößern sich nicht mehr, aber in dieser größten Stärke erfolgt der Höhenwuchs beinahe die ganze Periode hindurch und hat sich erst am Ende der Periode nur wenig gemindert, im Mannesalter des Baumes aber sind die Höhenwüchse im Abnehmen begriffen, sie werden immer schwächer, wie dem Greisenalter näher gerückt wird, das Greisenalter selbst aber ist als erreicht anzunehmen, wie die Höhenwüchse fehlen, die Baumhöhen sich gleich bleiben. Auf ähnliche Art wie die Höhenwüchse verändern auch die

Jahrringe der einzelnen Perioden ihre Reihe und durchschnittliche Stärke, nur erfolgt dieß später und langsamer. Das genauere Verhalten dieser Zuwachsgrößen in den einzelnen Perioden kann erst bei der näheren Betrachtung dieser Größen angegeben werden, indem hier jetzt noch die nöthige Vorbereitung fehlt. Im Allgemeinen ist bei den Waldbäumen in der Jugend der Trieb sich zu verlängern vorherrschend, im Jünglingsalter erfolgt erst Verlängerung und Verdickung gleichmäßiger, der Baum wird dabei etwas mehr ausgewölbt, im Mannesalter wird die Verdickung vorherrschend, der Höhenwuchs tritt zurück, um so mehr, je stärker das Blühen und Saamenerzeugen eintritt. Mit dem Fehlen des Höhenwuchses wird gewöhnlich das Vergrößern der Schirmfläche und des Wachsraumes geringer, erreicht aber sein Ende erst im Greisenalter.

Durch das Auflegen von neuen Jahrringen und dem Bilden neuer Knospen und Zweige, in welche der Baum immer den Sitz seines Lebens verlegt, verjüngt er sich immer so, daß man denken sollte, er könne nie alterschwach werden, aber es ist ihm nicht möglich, fortgesetzt in derselben Reihe und Stärke, wie in der Jugend oder noch wie im Jünglingsalter seine Knospen, Blätter und Wurzeln zu vermehren, und dadurch seinen vergrößerten Baumkörper immer mit einem entsprechenden Jahrring zu überziehen, sondern dieser wird immer relativ kleiner, besonders dünner, um so mehr, je häufiger die Saamenerzeugung eintritt, und dem Baum die gesammelten Nahrungsmittel wieder entzieht. Der hiedurch geschwächte Jahrring muß daher in jedem folgenden Frühjahr weniger Kraft in seinen Trieben zeigen, die Leistung derselben wird in demselben Verhältniß schwächer, als er dünner wird, er kann so zuletzt sein ausgedehntes Feld nicht mehr behaupten und das Absterben beginnt mit Gipfeldürre. Es ist so vorzüglich die Ableitung durch den hervortretenden Trieb zur Saamenerzeugung, wodurch der Baum nicht mehr entsprechend ernährt wird, welche ihn alterschwach macht.

Beim Thier tritt Alterschwäche ein, weil die Maschine sich endlich abnutzt, und so schadhaft wird, daß die hinein gelegten vorkehrenden Kräften und Mittel nicht mehr ausreichen, sie zu repariren. Alle Lebensverrichtungen werden hier immer von denselben Organen besorgt, die bald ihre Ausbildung erreicht haben, dann nicht mehr wachsen, nur brauchbar erhalten werden müssen, aber endlich gelingt dieß nicht mehr, es werden Theile lahm, das Thier stirbt.

§ 74. Die räumliche Veränderung, welche die Bäume durch den jährlichen Zuwachs erleiden, muß gewissen stereometrischen Gesetzen unterworfen sein und sich in Reihen verfolgen lassen:

1) weil der Baum immer eine gewisse Form behält, indem die Baumformzahlen sich nach § 33—38 bei derselben Holzart nicht viel und nur allmählig und regelmäßig verändern können;

2) weil die Entwicklung in der Reihe der Jahre fortschreitet, indem der Massenansatz in einem Jahrringe besteht, um welchen der Baum dicker und länger wird, so, daß sowohl Höhe als Durchmesser und Grundfläche sich wieder in so viele Theile zerlegen lassen, als der Baum Jahre zählt;

3) weil jeder folgende oder jüngere Jahrring alle früheren einschließt, muß jeder folgende Jahrring sich über eine größere Fläche verbreiten. Die Oberfläche des Holzkörpers, über welche sich der Jahrring ausbreitet, muß immer größer werden, weil jeder Jahrring den Baumkörper vergrößert, dieß kann nur in geringerem Grade geschehen, wenn endlich der Höhenwuchs fehlt oder Baumtheile absterben, aber das Letztere muß schon in einem hohen Grade stattfinden, bis die Fläche abnehmen kann, worüber sich der Jahrring verbreitet. Dabei müssen die Jahrringe (nach 1) immer eine solche Form annehmen, daß die Baumform erhalten bleibt.

Auf der Grundfläche hat so jeder Jahrring die Form eines Ringes, welcher den früheren Holzkörper umschließt, von der Fläche gleich $d\pi$ mal Jahrringstärke. Im Ganzen hat jeder Jahrring die Form eines Hohlkegels von einer Form, welcher der entsprechenden des Baumes gleich ist, welcher sich über die vorgegangene Oberfläche des Baumes ausbreitet, diese wird z. B. immer gleich $\frac{2d\pi h}{3}$ sein. Ist der Baum n Jahre alt, so besteht er aus n solcher Hohlkegel, von denen jeder ältere weiter innen liegt, um einen Höhenwuchs kürzer, und um die doppelte Jahrringstärke enger ist. Bezeichnet D die Stärke des ganzen Baumhohlkegels und d, d′ d″ die Baumdicke, wenn man 1, 2, 3 u. s. f. Jahrringe wegrechnet, ebenso H, h, h′ u. s. f. die ganze Baumhöhe, die Baumhöhe weniger 1, 2, 3 u. s. f. Höhenwüchse, so verhalten sich die Jahrringe, wenn H^r, h^r, h'^r die reduzirten Höhen bezeichnen, wie $\frac{D^2-d^2}{4} - \pi\ H^r$, $\frac{d^2-d'^2}{4} \cdot \pi \cdot h^r$,

$\frac{d'^2-d''^2}{4}\pi h'r$, $\frac{d''^2-d'''^2}{4}\pi h''r$ u. s. f. Die Summe aller dieser Jahrringe ist gleich dem Bauminhalte. Sind die Jahrringe immer gleich dick und die Höhenwüchse immer gleich lang, so verhalten sich die entsprechenden Baumkörper wie D^3, d^3, d'^3 u. s. f., die Jahrringe also wie $D^3 - d^3$, $d^3 - d'^3$, $d'^3 - d''^3$ u. s. f. und stellen eine Reihe vor, welcher sich durch $3d^2$, $3'd^2$ u. s. f. nachkommen läßt.

Wenn die Jahrringstärke und die Höhenwüchse sich immer gleich blieben, oder wenn nur die Höhenwüchse immer im Verhältniß zur Jahrringstärke stünden, so ergäbe sich auf die angegebene Art leicht die Reihe, in welcher der Baum wächst, aber so einfach ist die Reihe des Baumwachsthums nicht, indem sowohl die Jahrringe als die jährlichen Höhenwüchse in verschiedenen Reihen wachsen, aber auch in der Reihe, wie sie von Jugend an wachsen, nicht immer fortfahren, sondern sie mit dem Eintritt des Jünglingsalters, des Mannesalters, des Greisenalters auf etwas verschiedene Art ändern, so, daß die Jahrringstärken und Höhenwüchse nicht gleichmäßig zu und abnehmen. Wir müssen uns daher erst genau mit den Reihen, in welchen die Höhenwüchse und Jahrringstärken zu und abnehmen, bekannt zu machen suchen, haben wir diese, so gibt uns eine mathematische Verbindung der entsprechenden Höhen und Durchmesser den Baumkörper, eine weitere Ableitung den Zuwachs 2c.

Wenn so auch der Baum den Reihengrad ändert, nach dem er wächst, wie er älter wird auf niedere Reihen zurückgeht, so erfolgen doch diese Uebergänge so allmählig und regelmäßig vertheilt über die Lebensabschnitte, daß durch dieselben kein Sprung im Wachsthum gemacht wird; der Zuwachs ändert durch den Uebergang zu einer andern Reihe nicht sogleich seine Größe, er mindert dadurch zuerst nur sein Ansteigen, bleibt sich endlich mehr gleich, wird endlich abnehmend, ohne irgendwo einen Absatz zu lassen, oder einen veränderten Ansatz zu nehmen, der Zusammenhang wird dadurch nicht gestört. Sehr auffallend sind die Uebergänge beim Höhenzuwachs. Die jährlichen Höhentriebe steigen hier nur in der Jugend, erreichen am Ende schon ihr Maximum, bleiben im Jünglingsalter auf diesem eine Zeit lang stehen, später vermag der Baum auch diese Größe nicht mehr an=

zusetzen, die Höhenwüchse werden im Mannesalter immer schwächer und fehlen im Greisenalter. Ein ähnliches Anwachsen und Nachlassen zeigt sich in der Jahrringstärke, es zeigt sich aber auch in den Blättern und Wurzeln, den Organen zur Ergreifung und Assimilirung der Nahrungsstoffe, von denen der Zuwachs abhängig. Der Baum kann nur allmählig zum Ansatz der größten Blattmenge kommen, sie ist abhängig von der Verzweigung und der Länge der einjährigen Triebe, beide sind stärker in der Jugend und lassen später nach, aber die Zahl der Zweige und der Kronenraum wird dabei immer größer; so lange die Zweige sich verlängern, nicht von oben herunter und von außen einwärts absterben. Das Nahrungsangebot steigert sich bei der Pflanze mit ihrer Verbreitung, sie erlangt weder andern Boden noch andere Luft, aber sie ergreift und verarbeitet mehr Nahrungstheile, wie sie mehr Raum erlangt.

Die nähere Erforschung der Reihe, oder wie stark ein Baum wächst, wird dadurch erleichtert, daß jeder Baum ein Stück der Reihe darstellt, nach der er wächst, sein Körper enthält immer n Glieder dieser Reihe, oder so viel Jahrringe als er Jahre in seiner sammelnden Thätigkeit zubrachte. Dieß gestattet uns, aus seinem Sein seine Vergangenheit abzuleiten, zu finden, wie der Baum sich entwickelt hat, welche Größe er in jedem früheren Jahre hatte, was er in jedem Jahre leistete. Lernen wir nun noch diese begonnene Reihe fortsetzen, so wird uns jede künftige Baumgröße bestimmbar, seine Zukunft wird erforschlich, und damit auch jeder künftige Zuwachs und wir haben, was wir brauchen.

Von dem Höhenzuwachse.

§ 75. Die Höhenzunahme ist die am einfachsten sich darstellende Zuwachsgröße, weil sie mit der am leichtesten meßbaren Größe, der Länge, zu verfolgen ist, aber sie ist schwer zu bestimmen, weil man es hier vorzüglich mit stehenden Stämmen zu thun hat, wodurch zur Auffindung der jährlichen Höhenwüchse auch ein jährliches Besteigen oder Messen mit Dretrometern nöthig wird. Nur bei Nadelhölzern bleiben die Ansatzpunkte an den älteren Stammtheilen durch die sich bildenden Quirle längere Zeit kenntlich, man kann dadurch hier noch an älteren Bäumen die einzelnen Höhenwüchse abmessen, woraus sich die Baumhöhe zusammensetzt. Beim Laubholz aber bleiben immer nur die jüngsten Ansätze kenntlich, die andern

verwachsen sich; um die Höhenwüchse zu finden, müssen wir daher entweder die ganze Baumhöhe oder die einzelnen Jahrestriebe jährlich messen. Kennen wir die ganze Höhe in jedem einzelnen Jahr, so ergibt Subtraktion der jüngeren von der um 1 Jahr älteren Höhe den Höhenwuchs des betreffenden Jahres.

An liegenden Stämmen kann man durch Einkerben oder ein Durchsägen der Bäume in kurzen Abständen noch ihr Höhenwachsthum verfolgen, indem man die Jahrringe von der Rinde gegen den Kern zu abzählt und dadurch findet, wo immer ein Jahrring verschwindet, oder durch einen Längsschnitt dem Kerne nach, wodurch es sichtlich wird, wie weit jeder Jahrring reicht. Aus mehreren Stämmen verschiedenen Alters ist es schwer, einen Höhenzuwachsgang abzuleiten, weil erstens die Kräfte keines Standortes dem andern gleich sind, zweitens weil das Höhenwachsthum der einzelnen Bäume in verschiedenen Perioden auch von deren Umgebung abhängt, indem dasselbe verändert wird durch den geschlosseneren oder freieren Stand, durch Ueberschirmung. Es gibt darum Bäume, an denen der Höhenwuchs in der Jugend durch Ueberwachsung aufgehalten und so die natürliche Folge der Entwicklung gestört ist. Auch durch Beschädigungen durch Menschen, Thiere, Stürme, Schneedruck, Fröste ꝛc. können einzelne Glieder aus der Reihe der Höhenentwicklung gerissen werden. Wir können uns hier nur mit der natürlichen und regelmäßigen, also ungestörten Entwicklung befassen.

§ 76. Wenn man eine Baumhöhe durch die Jahre theilt, welche verflossen sind, bis der Baum diese Höhe erreichte, so bekommt man die durchschnittliche jährliche Höhenzunahme. Dieser Höhendurchschnittszuwachs $= \frac{h}{n} = h^d$ als Differenz zu einer gemeinen Reihe genommen, gibt die einfachste Zuwachsreihe, welche beim Baumwachsthum vorkommt; die Glieder dieser Reihe sind gleich nh^d.

Nach dieser gemeinen Reihe wachsen die Bäume jedoch nur in gewissen Perioden. Bei den aus Samen erzogenen Pflanzen kann man z. B. nur die Zuwachse von 20—40, oder 30—60 Jahren als gleich annehmen; vorher zeigen sich dieselben zunehmend, nachher abnehmend. Nur Stockausschläge zeigen gleich von Anfang an mehr gleich stark bleibende Höhentriebe, weil sie durch ein schon

gegründetes und verbreitetes Wurzelsystem gleich vollkräftige Höhentriebe machen können, aber nach 20—25 Jahren läßt auch diese Kraft schon nach, die Höhentriebe werden jährlich schwächer. Die gemeine Reihe wird nur vorübergehend bei der Höhenentwicklung erreicht, ohne bei ihr einen Halt zu machen, indem beim Wachsthum immer mehrere Reihengrade durchlaufen werden, diese ändern sich, wie die Linien beim Uebersteigen eines Berges, die horizontale kömmt nur eine Strecke auf den höchsten Punkten vor.

§ 77. Von Jugend an zeigen aus Samen erzogene Pflanzen immer ein Zunehmen der jährlichen Höhentriebe und zwar in dem Grade, daß eine höhere Reihe nicht zu verkennen ist. Stellt man entsprechende Baumhöhen dem Alter nach in eine Reihe und entwickelt die 1. Differenzreihe, so zeigt diese für die jährlichen Höhenzuwachse ebenfalls noch eine Reihe und erst die Differenz dieser Höhen zeigt sich konstant, wie folgende Reihe zeigt.

Im Alter	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Höhen	0,3	0,9	1,8	3,0	4,5	6,3	7,4	9,8	12,7
Jährl. Höhenzuwachse	0,3	0,6	0,9	1,2	1'5	1,8	2,1	2,4	2,7
Konstante Differenz	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3

Es ergibt sich hier eine Reihe 2. Potenz für das Höhenwachsthum; die 1. Differenzreihe zeigt endlich die konstante Differenz 3, die Höhen aber stellen die Summe der gemeinen Reihe dar, welche die erste Differenzreihe bildet.

Diese Reihe läßt sich durch folgende Formel ausdrücken, wenn a das erste Glied der Reihe, t das letzte, n die Zahl der Glieder und d die Differenz bedeutet. Die erste aus der konstanten Differenz sich bildende Reihe ist die gemeine Reihe, die Glieder wachsen wie a + (n—1) d. Die Höhenreihe selbst aber bildet sich durch Summirung dieser Differenzreihe, ist also gleich

$$na + \frac{n}{2}(n-1)\,d = na + \left(\frac{n^2-n}{2}\right)d.$$

Da wir die Höhenreihe im Allgemeinen mit der Keimung des Samens, der Entstehung der Pflanze, beginnen lassen müssen, so können wir das 1. Glied a für diesen Fall = d = der konstanten Differenz der Reihe setzen, es wird dann die Reihe gleich $\left(\frac{n^2+n}{2}\right)d$

und entsteht durch Summirung der Reihe nd. Bezeichnen wir diese Summirung der Reihe bis zu einem nten Jahre mit S_n, so ist $d = \frac{S_n}{\frac{n^2+n}{2}} = \frac{2\,S_n}{n^2+n}$; $n = \sqrt{\frac{2\,S_n}{d}}$

Die Reihe $\left(\frac{n^2+n}{2}\right) d = S_n$ entspricht hier der Baumhöhe. Messen wir daher eine Baumhöhe, nehmen sie doppelt und dividiren sie mit n^2+n, so bekommen wir die Differenz der durch das Baumwachsthum eingehaltenen Höhenreihe $= h^d$. Durch diese Differenz und den angegebenen allgemeinen Ausdruck für das Höhenwachsthum können wir die Baumhöhe von jedem Jahr bestimmen. Durch die Differenz $= 0,3$ ergibt sich z. B. für das fünfzehnte Jahr die Höhe $= \frac{15^2+15}{2} = 120 . 0,3 = 36$ für das 20. Jahr die Höhe 210, 0,3 = 63 für das 30., 46,5. 0,3 = 139,5 fürs 60. 549.

Mit der Differenz 0,5 ergibt sich folgende Reihe:

Im Alter	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70
Höhenreihe	1,5	5,5	12	21	32,5	46,5	63	82	103,5	127,5	154	183	214,5	218,5
1. Differenzreihe	4	6,5	9	11,5	14	16,5	19	21,5	24					
Konstante Differenz	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5						

Das starke Anwachsen dieser Reihe in den späteren Jahren zeigt sogleich, daß das Höhenwachsthum derselben nicht lange folgen kann, daß ihr aber in der Jugend das Höhenwachsthum nachzukommen vermag und wirklich nachkommt, zeigen die in der Jugend bei Samenpflanzen immer zunehmenden Höhentriebe und die vorkommenden Höhen.

§ 78. Der Zeitraum, in welchem die jährlichen Höhenwüchse in der angegebenen Reihe zunehmen, ist selbst bei den langsamer wachsendenden Holzarten nicht länger als 30 Jahre. Bei den schneller wachsenden Holzarten zeigt sich schon im 15. Jahr ein Gleichbleiben der jährlichen Höhenwüchse, später eine, wenn auch geringe Abnahme, durch welche sie endlich gleich Null werden. Dauert dieses Abnehmen der jährlichen Zuwachse viermal länger als die Zunahme, oder ist nur ¼ so stark als diese, so bekommt die Höhenzuwachsreihe folgende Form:

Bei schneller wachsenden Holzarten:

Im Alter		10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
Höhe		4,0	16,8	31,7	44,6	55,5	64,4	71,3	76,2	79,1	80
1. Differenzreihe	4,4	8,4	14,9	12,9	10,9	8,9	6,9	4,9	2,9	0,9	9
2. Differenzreihe		4	6,5	—2	—2	—2	—2	—2	—2	—2	

Bei langsamer wachsenden Holzarten:

Im Alter	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150
Höhe	2,2	8,4	18,6	300,5	40,5	49,95	58,4	65,85	27,30	77,75	82,2	85,65	88,1	89,55	90
1. Diff.-R.	6,2	10,2	11,45	10,45	9,45	8,45	7,45	6,45	5,45	4,45	3,45	2,45	1,45	0,45	
2. Diff.-R.	4	1,25	—1	—1	—1	—1	—1	—1	—1	—1	—1	—1	—1		

Im Alter, wo diese Reihen abschließen, wird der Höhenwuchs gleich Null, die Baumhöhe bleibt sich gleich, er kann aber auch negativ werden, wenn die Abnahme in der begonnenen Reihe sich fortsetzt, indem der Baumgipfel dürr wird. Dieß kommt allgemeiner vor, als man anzunehmen geneigt ist.

Die Zunahme der jährlichen Höhenwüchse dauert in der ersten Reihe nur 20, in der zweiten Reihe 30 Jahre. Diesen Zeitraum bezeichnet man als die Jugend des Baumes, in das Ende desselben fällt der Kulminationspunkt der jährlichen Höhenwüchse. Man vergleiche die 1. Differenzreihe. In den nächstfolgenden Jahrzehnten erfolgt dann erst der größte periodische Zuwachs, sie gehören dem Jünglingsalter des Baumes an, im Mannesalter wird der Höhenwuchs schon schwach. Im Greisenalter fehlt erst der Höhenwuchs, es fällt also noch über diese Reihe hinaus. Wenn die jährlichen Höhenwüchse länger, als hier angegeben ist, zunehmende Größen wären, müßte sich bald größere Höhe entwickeln, als wir finden; aber auch ein längeres Gleichbleiben der jährlichen Höhenwüchse kann nicht stattfinden, weil wir sonst in 50—80 Jahren viel größere Höhen finden müßten. Der Uebergang vom Zunehmen zum Nachlassen der jährlichen Höhenwüchse erfolgt jedoch nur allmälig, dieselben verändern sich einige Jahre vor der Zeit, wo die größten Höhenwüchse erfolgen, und längere Zeit nachher nur wenig, später wieder stärker, so daß die angegebene Reihe eingehalten ist.

§ 79. Dem angegebenen Verhalten des Höhenwachsthums kann man durch eine Verbindung von 2 Reihen folgen. Von diesen entspricht die erste der Zunahme der jährlichen Höhenwüchse, die zweite dem Nachlassen, es sind aber dann für jede dieser Reihen besondere Differenzen zu entwickeln nöthig, was aber einige Unbequemlichkeiten bei der Anwendung mit sich verbindet, diese werden vermieden, wenn man die Abnahme durch einen Faktor veranlaßt, welcher ausdrückt, wie viel mal die Differenz der abnehmenden Periode kleiner oder größer als die der zunehmenden Periode sein muß. Setzt man nämlich der § 77 gegebenen Reihe, vom Eintritt des Kulminationspunktes an, eine ganz gleiche entgegen, die also

von hier an negativ wirkt, so bewirkt dieß ein Gleichbleiben der jährlichen Höhenwüchse; ein entsprechender Faktor x hiermit verbunden, läßt das gehörige Abnehmen erreichen.

Ist die Entwicklung der Höhen bei den verschiedenen Holzarten einander ähnlich, so muß dieser Faktor x immer dieselbe Größe zeigen, ist dieß der Fall, so ist auch möglich, die Höhenentwicklung durch einen bestimmten Ausdruck allgemein anzugeben.

Bezeichnet man die Reihe der Jahre, entsprechend dem Alter der Bäume, allgemein mit n, die unbestimmten Glieder der negativen Reihe aber mit m, sie entsprechen den Jahren über dem Kulminationspunkt, treten also erst, wenn dieser erreicht ist, hervor, den obigen Faktor mit x, so ist der Ausdruck für eine Baumhöhe im nten Jahr

$$h_n = \frac{n^2 + n}{2} - x\left(\frac{m^2 + m}{2}\right) h^d .$$

Vor dem Kulminiren wächst die Höhe wie $\left(\frac{n^2 + n}{2}\right) h^d$, der 2. Theil des Ausdrucks kommt erst nachher in Wirksamkeit. Je nachdem der Kulminationspunkt ins 15., 20. oder 30te Jahr fällt, wird m = n — 15, oder gleich n — 20 oder 30, oder m bezeichnet die Jahre nach der Jugendperiode.

§ 80. Das Verhältniß des angegebenen Ausdruckes läßt sich auf folgende Art durch Konstruktion versinnlichen. Trägt man auf eine gezogene gerade Linie (Figur 11) die Jahre in entsprechenden Abständen auf, errichtet senkrechte, z. B. bei jedem zehnten Jahre und trägt nun auf diese, mit einem Maßstabe, die jährlichen Höhenzuwachse in der Folge der Jahrabstände, verbindet diese Punkte, so gibt der gegebene Ausdruck eine geradlinige Figur, ein stumpfwinkliches Dreieck. Die senkrechte Höhe dieser Figur von einem willkührlichen Punkte (Jahre) der Grundlinie, wächst nur vor dem Kulminationspunkt, wie die Jahre, nach demselben nimmt sie ab. (Mit dem Maßstabe kann man in dieser Figur den Höhenzuwachs von jedem einzelnen Jahre abgreifen.)

Das Ansteigen der Linie a c b bestimmt die Reihe, in welcher der jährliche Zuwachs von Jugend an zunimmt. Die Abnahme des Zuwachses nach dem Kulminationspunkt bestimmt das Verhältniß der Zeit, wie viel mal der Zuwachs länger braucht, bis er von

seinem höchsten Stand auf Null zurücksinkt, als Zeit verfließt, bis er ihn erreicht. Ist dieses Verhältniß durch 1 : 4 angegeben, so haben wir Linien zu ziehen von c = 15 zu 75, von c′ = 20 zu 100, von c″ = 30 zu 150, um den Rückgang des Höhenzuwachses zu bezeichnen. Behält die Linie a c b immer dieselbe Neigung bei, so zeigen sich die erhaltenen Dreiecke einander ähnlich, verändert sich aber die Neigung der Linie a c, wie a c‴ anzeigt, dann bleibt nur die Verhältnißzahl x für den Abnahmegrad bezeichnend.

Verlängert man die Linie a c nach b ins Unbestimmte, so bezeichnet dieß die Reihe der Höhenzuwachse, welche eingehalten würde, wenn derselbe ohne Nachlaß von Kräften mit jugendlicher Kraft immer fortstiege. Zieht man von c nach d eine Linie parallel mit der Grundlinie a 10 . n, so steigen die Abstände zwischen den Linien c b und c d = m h d in derselben Reihe wie zwischen a b und a 100 . . = nh^d es gibt also $nh^d - mh^d$ eine gleiche Größe für die Jahre nach c, die Höhe 15c oder 20c′ oder 30c″. Setzt man $(n - 2m)\, h^d$, so ergibt sich schon ein Fallen der Höhenzuwachse, welches in der Reihe dem Ansteigen des jugendlichen Zuwachses gleich kommt, wie a c″ 60 anzeigt. Setzt man $(n - {}^5/_4\, m)\, h^d$, so erhält man für die Jahre nach c ein Fallen der jährlichen Höhenzuwachse, welches 4 mal schwächer ist als das jugendliche Ansteigen, es entspricht also der Bruch $^5/_4$ der verlangten Verhältnißzahl x, um mit der Reihe $\frac{m^2 + m}{2}$ eine 4 mal längere Abnahme im Höhenwachsthum zu bewirken.

§ 81. Stehen in der angegebenen Figur die Höhenwüchse der einzelnen Jahre immer um eine Einheit von einander entfernt, so ist die Summe der Höhenwüchse bis zu einem bestimmtrn Jahre gleich dem Inhalt der Figur bis zur Senkrechten dieses Jahres, gleich der Baumhöhe, welche ist

$$= \left[\frac{n^2 + n}{2} - {}^5/_4 \left(\frac{m^2 + m}{2}\right)\right] h^d.$$

Trägt man auf die Senkrechten in der Reihenfolge, wie das Baumalter zunimmt, statt der jährlichen Höhenwüchse, deren Summe, die Baumhöhen, und verbindet die Höhenpunkte, so bekommt man eine Kurve, welche die Reihe der Baumhöhen begrenzt. Vergl. Fig. 12. Diese stellt die Reihe der Baumhöhen nach § 78 dar, und

hat den Kulminationspunkt der jährlichen Höhenwüchse im 20ten Jahr. Die Kurve zeigt eine schöne Abrundung, beim Beginn sich parabolisch, und steigt so lange noch ein Höhenwuchs erfolgt.

Trägt man auf jede der älteren und größeren Höhen, die Höhen der vorhergegangenen Jahre, so zertheilen sich diese in die ein- oder zehnjährigen Höhenwüchse, aus welchen diese sich zusammensetzte. Das Dreieck der Figur 11, welches die jährlichen Höhenwüchse begrenzt, scheidet sich etwas verzogen wieder ab, wenn man immer 10 Höhenwüchse zusammenfaßt, und von jedem spätern Jahrzehnt der erstern ähnliche Kurven zieht. Es kann natürlich nur die Höhe des Jahres, wo der Höhenzuwuchs gleich Null wird, die Höhenwüchse der ganzen Figur, oder die Summe alle Höhenwüchse einschließen. Die Höhe im 100. Jahr schließt so alle frühere Höhenwüchse ein, die älteren Baumhöhen nicht mehr, indem auch später die Baumhöhe wieder abnehmen kann.

Die so erhaltene Kurve der Baumhöhen ist eine Linie 2. Ordnung; die Baumhöhen wachsen zuerst wie die Quadrate, und zwar bis zum Kulminationspunkt, dem 15., 20. — 30. Jahre, dann in immer geringerem Grade.

§ 82. Der geregelte Kurvengang der Figur 12 macht es augenscheinlich, daß durch Verfolgung der jährlichen Höhenwüchse mit der gemeinen Reihe, oder durch die geradlinige Verzeichnung derselben nach Figur 11, dem Gang des Höhenwachsthums mit hinlänglicher Genauigkeit nachzukommen ist. Wenn die gemeine Reihe nicht anwendbar wäre, müßten durch Summirung der einzelnen Höhenwüchse sich die Fehler sammeln, und stark hervortreten. Die Uebergänge beim Kulminationspunkt vom anwachsenden zum nachlassenden Höhenzuwachs scheinen zwar in Figur 11 etwas zu plötzlich hervorzutreten, aber da sich die Baumhöhe aus ihnen summirt, so vergleicht sich das Ganze, und eine besondere Abrundung beim Kulminationspunkt wird dadurch ganz überflüssig. Die Figur der jährlichen Höhenwüchse zeigt ohnedieß eine ganz geringe Höhe, indem die größten einjährigen Höhentriebe eine Höhe von 2 Fuß selten überschreiten; es ist also die Figur 11 ganz flach, oder der Winkel c sehr stumpf. In Figur 11 wurde für die Höhe ein zur Verdeutlichung dienlicher größerer Maßstab genommen, in Figur 12 ist dieß nicht der Fall, und der Uebergang kaum zu erkennen.

Wir erhalten hier für die Höhenentwicklung einen bestimmten, allgemein anwendbaren Reihengang, welcher gleichsam das Gesetz darstellt, nach welcher die Höhe immer fortschreitet. Die Reihe, nach welcher die jährlichen Höhenwüchse anwachsen und wieder abnehmen, bestimmt die ganze Höhenentwicklung, denn die Summe dieser Reihe ist die der Baumhöhen. Es bleibt also nur noch zu beweisen, daß man nur mit einer Reihe 2. Potenz und keiner andern der Höhenentwicklung folgen kann, dann muß auch die gemeine Reihe den jährlichen Höhenwüchsen entsprechen, ebenso daß die Abnahme der Zuwachse sich ähnlich ist, dasselbe Verhältniß zum ansteigenden Theil der Zuwachsreihe immer behält, dann ist der allgemeine Werth des angegebenen Ausdrucks festgestellt. Das Höhenwachsthum ergiebt sich bei Einhaltung dieser allgemeinen Verhältnisse immer noch sehr verschieden, indem sich die Differenz der Reihe ändert, dann das Jahr, wo der Zuwachs zu steigen aufhört, sich verschiebt, also der Zuwachs bald früher, bald später seinen Kulminationspunkt erreicht, wodurch vorzüglich auf die Andauer des Höhenwachsthums gewirkt wird; je später der Höhenzuwachs sein Maximum erreicht, desto länger erfolgt ein Höhenzuwachs. Die Differenz der Reihe der Höhenzuwüchse bestimmt so vorzüglich die Größe der Höhentriebe, aber nicht die Baumhöhe, welche erreicht wird, dieß bewirkt mehr der späte Eintritt des Kulminationspunktes, welcher die Ausdauer des Zuwachses bestimmt, indem meistens die Bäume am größten werden, bei denen der Höhenwuchs lange währt.

§ 83. Da Samenpflanzen vom Entstehen an immer zunehmende, nie gleichbleibende, noch weniger in der Länge abnehmende jährliche Höhentriebe ansetzen, so ist weder die gemeine Reihe, noch weniger eine niedere für das Höhenwachsthum der Jugend möglich. Es kann sich also nur noch fragen, ob nicht die Einhaltung einer höhern Reihe als die angewandte 2. Potenz möglich sei? Es bleibt deßhalb noch die Anwendbarkeit der Reihe 3. Potenz, als die zunächst liegende höhere zu versuchen. Der zu diesem Versuche sich eignende Ausdruck dieser Reihe ist nach § 19, 20

$$= \left(\frac{n^3 + 3\,n^2 + 2n}{6}\right) h^d.$$

Die Differenz des Höhenwachsthums h^d wird gefunden, wenn

man eine der Jugend angehörige Baumhöhe, durch das nach diesem Ausdruck entwickelte Reihenglied, welches dem Baumalter n entspricht, dividirt. Diese Differenz fällt hier im Verhältniß:

$$\frac{1}{n^2 + n} : \frac{3}{n^3 + 3n^2 + 2n}$$

kleiner aus, als die bei der Reihe 2. Potenz anwendbare; dagegen häufen sich diese Differenzen für die einzelnen Reihenglieder in der 3. Potenz; dadurch ergeben sich für die ersten Reihenglieder kleinere Größen (Baumhöhen), als wir an den Bäumen in diesem Alter finden, aber für die späteren Jahre bekommt man schnell zu große Höhen, wie jeder Versuch zeigt. Man könnte diese nun noch als die Folge eines frühen Nachlassens im Höhenwachsthum ansehen, wie dieß ähnlich bei der Reihe 2. Potenz auch der Fall ist, so daß schon vor dem Ende der Jugend die Entgegenstellung einer negativen Reihe nöthig scheint. Da oft schon in der Jugend ein Nachlassen im Anwachsen der jährlichen Höhentriebe merklich wird, widerspricht die Erfahrung nicht. Bei der Anwendung der Reihe 3. Potenz wird aber auch die Wirksamkeit einer negativen Reihe früher nöthig, nicht nur, weil sie eine stärkere Steigung hat, sondern auch weil sie die Hauptreihe nicht sogleich zu wenden vermag, so daß die Höhenwüchse noch einige Jahre nachher steigen. Durch Konstruktion kann man sich leicht hievon überzeugen. Das Jahr, wo die negative Reihe = m in Wirksamkeit kommen muß, kann man auf folgende Art finden, wenn man das Alter = n kennt, wo der jährliche Höhenwuchs der betreffenden Bäume gleich Null wird, denn 1tens

$$h_n = \left[\frac{n^3 + 3n^2 + 2n}{6} - x\left(\frac{m^3 + 3m^2 + 2m}{6}\right)\right] h^d.$$

Man kann hier verschiedene Baumhöhen und Höhendifferenzen für x verschiedene Minderungsverhältnisse einsetzen. Noch einfacher durch folgenden Ansatz, in dem die jährlichen Höhenzuwachse bei dieser Reihe wie $\frac{n^2 + n}{2}$ zunehmen, denn $\frac{n^2 + n}{2} - x\left(\frac{m^2 + m}{2}\right)$ $= o$; oder 2tens $\frac{n^2 + n}{2} = x\left(\frac{m^2 + m}{2}\right)$; m ergibt sich hier wie x als bekannt angenommen wird und umgekehrt.

Aber auch die auf diese Art erlangten Reihen zeigen immer noch unentsprechende Abweichungen von der von der Natur vorgezeigten Höhenentwicklung, es bleiben in der Jugend zu kleine Höhen-

wüchse, welche später zu schnell anwachsen und bald zu groß ausfallen und endlich zu stark abnehmen. Dieß läßt sich nicht abändern, wenn man die Differenz größer oder kleiner nimmt, den Abnahmegrad x oder m verändert, man überzeugt sich eben, daß der Fehler nur in der Anwendung einer zu hohen Reihe liegt.

§ 84. Wenn dem Baum überhaupt von Natur ein bestimmtes Gesetz vorgeschrieben ist, nach dem er sich entwickeln muß, so kann sich dieses Gesetz doch noch verschieden äußern, je nachdem man seine Wirkung in der Baumhöhe oder in einer Fläche oder im Baumkörper aufsucht, wo immer mehr Faktoren zusammenwirken. Wenn dieselbe Wirkung, welche sich in der Länge zeigt, auch in den beiden Faktoren einer Fläche thätig ist, so muß diese wie das Quadrat jener Länge zunehmen. Wächst auch der Durchmesser der Bäume in einer höhern Reihe, so wächst die Grundfläche wie das Quadrat dieser Reihe und der Baumkörper wie dieß Quadrat mal die Höhenreihe. Auf diese Art finden die Reihen 3. und höherer Potenzgrade ihre Anwendung bei Verfolgung des Wachsthums der Grundflächen und der Baumkörper, wenn sie aber der Höhenentwicklung schon entsprächen, so könnte die Reihe der Grundfläche und der Baumkörper schon die 6. und 9. Potenz erreichen. Die Reihen höherer Ordnung herrschen überall, in der Thier- wie in der Pflanzenwelt, vor, man findet nirgends eine gerade Linie, überall Kurven und Auswölbungen, denen nur mit höheren Reihen zu folgen ist. So ist auch im Wachsthum die gemeine Reihe ganz zurückgedrängt und höhere Reihen sind in Vordergrund gestellt, so daß das Gesetz der Entwicklung verborgen ist, besonders, da es mehr in den Körpern und ihren Flächen, als den Längen eingehalten wird, indem diese oft in Folge einer breiten Entwicklung zurückbleiben.

Dem Höhenwachsthum muß immer die niederste Reihe zukommen, hier muß das Gesetz der Entwicklung am einfachsten hervortreten, weil man es nur mit einem einfachen Faktor der Länge zu thun hat. Da alle höheren Reihen sich aus der gemeinen Reihe bilden, so kann man in der Ableitung immer bis auf diese zurückgehen. Wenn die Baumhöhen in keiner höhern Reihe wachsen, als in der Reihe 2. Potenz, so muß die erste Ableitung, die Reihe der jährlichen Höhenwüchse, schon auf diese gemeine Reihe führen, d. h. diese müssen in gerader Linie von Jugend an zunehmen. Aber

auch die Abnahme der Längen der Höhentriebe kann nicht in höherer Reihe als die Zunahme statthaben, sie müßte in diesem Fall entweder schneller vollendet sein als die Zunahme, oder lange Zeit unbemerklich sein, dann um so schneller hervortreten. Die Erfahrung zeigt nur ein allmähliges Zurückgehen von dem erlangten höchsten Zuwachse, und zwar nicht so schnell, als der Zuwachs in der Jugend steigt, die Abnahme währt meist 4 mal länger, dieß rührt aber von keiner niederern Reihe her, sondern nur von einer kleineren Differenz, um welche der Höhenzuwachs nachläßt. Durch das Entgegenstellen einer negativen Reihe von gleichem Grade, ist darum diese Abnahme zu erreichen. Wenn alle Höhenreihen im Ansteigen sich ähnlich sind, so ist auch vorauszusetzen, daß sie auch im Rückgang sich ähnlich sind, daß dieser im Verhältniß zum Aufschwung steht, nur dann werden die Kurven des Höhenwachsthums im Ganzen sich ähnlich.

Daß dem Höhenwachsthum nur eine Reihe 2. Potenz, und keine andere entspricht, kann man als erwiesen annehmen, wenn alle andern Reihen sich unanwendbar zeigen, diese aber sich allen Verhältnissen anpaßt, denen das Höhenwachsthum unterworfen ist. In den folgenden Paragraphen wird das letztere sich zeigen.

Erforschung der besondern Höhenreihen.

§ 85. Schon § 75 ergab, wie die Höhenentwicklung der Natur abzugewinnen ist; durch viele solcher Untersuchungen, welche sich auf alle Baumalter derselben Holzart ausdehnen, kann man schon zu einer Höhenreihe kommen, in welcher sich jedoch noch immer Schwankungen und Fehler einschleichen, welche man nur durch Anwendung der Reihen schnell entdecken und fern halten kann. Kürzer kommen wir zum Ziele durch Benutzung der gefundenen Reihen, wir brauchen dann nur den Kulminationspunkt und allenfalls auch den Abnahmegrad aufzusuchen. Erstreckt sich die Untersuchung z. B. auf Kiefern und man habe gefunden, daß die Höhenwüchse nur bis zum 20. Jahre sich vergrößern, so setzt man hierhin den Kulminationspunkt. Ein ängstliches Wählen um ein Jahr ist hier unnöthig, weil die Natur doch kein bestimmtes Jahr fürs Kulminiren einhält. Ist die Höhe im 20. Jahr = 16,8 Fuß, so finden wir die Differenz der Reihe durch $16{,}8 : \frac{20^2 + 20}{2} = \frac{16{,}8}{210} = 0{,}8.$

Mit dieser Differenz entwickeln wir alle Baumhöhen, die vor dem 20. Jahr vorkommen $\left[h_n = \frac{n^2+n}{8}\ 0{,}8\right]$, entwickeln wir auch die Höhen der höheren Alter auf diese Art, so finden wir, daß sie die Höhen der Erfahrung bald übertreffen. Das, um wie viel sie diese übertreffen, ist die Folge der Abnahme des Höhenwachsthums im höhern Alter, und entspricht der Reihe x $\left(\frac{m^2+m}{2}\right)$.

Die Jahre m sind hier gleich dem Baumalter weniger 20 $m = n - 20$. Dividirt man den betreffenden Unterschied durch $\frac{m^2+m}{2}$, so muß die sich ergebende Differenz in demselben Verhältniß größer sein als 0,8, als die Reihe $\left(\frac{m^2+m}{2}\right)$ größer sein muß als $\frac{n^2+n}{2}$, d. h. die Differenz kann das Verhältniß x anzeigen. Im 80. Jahr wäre die Höhe nach der in der Jugend begonnenen Reihe $\left(\frac{80^2+80}{2}\right) 0{,}8 = 259{,}2$. Ist aber die Höhe im 80. Jahr nur gleich 76,2, so bleibt der Höhenwuchs in $m = 80 - 20 = 60$ Jahren zurück um 183,0 $\cdot$ $\frac{60^2+60}{2}$ ist gleich 1830 u. $\frac{1830}{1830} = 1{,}0$. Es verhält sich also hier die Differenz der Hauptreihe $= n$ zur Reihe für die Zuwachsminderung gleich $m = 8 : 10 = 1 : 5/4$.

Der Ausdruck für die Höhenentwicklung ist also

$$h_n = \frac{n^2+n}{2} - 5/4 \left(\frac{m^2+m}{2}\right)\ 0{,}8 \text{ und } m = n - 20.$$

Findet man bei solchen Untersuchungen ein anderes Verhältniß als 5/4 für die abnehmenden Höhenwüchse, so prüfe man, ob die Abweichung nicht in verschiedener Differenz ihren Grund hat, indem die Höhen, welche den verschiedenen Baumaltern unterstellt wurden, verschiedenen Bonitäten entsprechen können, was vermieden werden muß; außerdem verrücke man das Jahr, wo m beginnt, so daß die Höhenzuwachse kürzere oder längere Zeit steigen.

Der Abnahmegrad 5/4 kann sich nicht viel ändern, weil außerdem die Höhenwüchse in ihrer größten Länge lange angesetzt werden müßten, oder schon früher als angenommen fehlen müßten, wie schon angegeben wurde. § 78—80, 89.

§ 86. Entwickelt man nach dem gefundenen Ausdruck für das Höhenwachsthum die einzelnen Reihenglieder ohne die Differenz damit in Verbindung zu bringen, so ergibt sich die folgende Reihe, welche einen allgemeinen Werth dadurch hat, daß sie eben der allgemeine Ausdruck des Höhenwachsthum derjenigen Klasse von Bäumen ist, welche ihren Kulminationspunkt im 20. Jahre haben.

n =	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
$\frac{n^2+n}{2}$ =	55	210	465	820	1285	1830	2482	3240	4095	5050
$^5/_4\ \frac{m^2+m}{2}$			$68{,}7_5$	$26{,}2_5$	$581{,}_{25}$	1025	$1593{,}_{75}$	$2287{,}_5$	$3106{,}_{25}$	4060
Reihe	55	210	$396{,}_{75}$	$557{,}_5$	$693{,}_{75}$	805	$891{,}_{25}$	$952{,}_5$	$988{,}_{75}$	1000

Paßt das Höhenwachsthum eines Baumes in diese Reihe, so gibt jede seiner verschiedenen Höhen, welchem Alter sie auch angehören, durch das seinem Alter entsprechende Reihenglied dividirt, dieselbe Differenz. Von einem Baum, der nach dieser Reihe wächst, bestimmen wir also nur seine Höhe und sein Alter, finden dadurch auf die eben angegebene Art noch die Differenz der Reihe, nach der er wächst; so ist damit das ganze Höhenwachsthum des Baumes angegeben. Für jedes beliebige Alter finden wir die Höhe durch Multiplikation des entsprechenden Reihengliedes mit der Differenz.

Multiplizirt man die eben gefundene Reihe mit den Differenzen 0,03, 0,04, 0,05—12, so ergeben sich die ad **II.** beigefügten Höhenreihen.

Es zeigt sich hierbei, wie Bäume, welche die verschiedensten Höhen in gleichem Alter erreichen, doch im Wachsthum einer Reihe folgen können. Diese Reihe zeigt sich besonders mittelschnell wachsenden Holzarten entsprechend, als Kiefern, Heimbuchen, aber auch Aspen und Lerchen unter gewissen klimatischen Verhältnissen. Obgleich hier der Kulminationspunkt schon im 20. Jahr erreicht wird, so ergibt sich doch erst im 20.—40. Jahr die größte periodische Höhenzunahme und bis zum 70. Jahr noch ein bedeutender Höhenzuwachs, nachher zeigt sich derselbe erst schwach und fehlt erst nach dem 100. Jahr. Im 100. Jahr wird hier die größte Höhe erreicht, nachher kommt dieselbe in Rückgang, die Reihe paßt daher für Holzarten und für ein Klima, wo dieselben kein längeres Höhenwachsthum zeigen. Auf hohen Gebirgen und mehr gegen Norden erfolgt oft bei Kiefern noch ein Höhenwuchs bis ins 120.—125. Jahr, in

diesem Fall fällt der Kulminationspunkt auf das 24. oder 25. Jahr. Man kann so aus der Dauer des Höhenwachsthums auf den Kulminationspunkt schließen, indem er schon auf 1/5 der Zeit, welche verfließt, bis der Höhenwuchs fehlt, fällt.

§ 87. Setzt man den Kulminationspunkt der jährlichen Höhenwüchse schon ins 15. Jahr, so bekommt man eine allgemeine Höhenzuwachsreihe, welche im 75. Jahr schon vollendet ist, die also nur für Holzarten und ein Klima passen kann, welche eine solche kürzere Entwicklungszeit haben.

Die allgemeine Reihe ist dann folgende:

Im Alter	10	20	30	40	50	60	70
$\frac{n^2+n}{2}$ =	55	210	465	820	1275	1830	2085
$-\,{}^5/_4\,\frac{m^2+m}{2}$ =		18,75	150	406,25	787,5	1293,75	1925 —
Reihe =	55	191,25	315	413,75	487,5	536,25	560

Wenn man den Kulminationspunkt aufs 25. Jahr verlegt, erhält man folgende allgemeine Reihe:

Im Alter	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130
$\frac{n^2+n}{2}$	55	210	465	820	1275	1830	2485	3240	4095	5050	6105	7260	8585
$-\,{}^5/_4\,\frac{m^2+m}{2}$			18,75	150	406,25	787,5	1293,75	1925	2681,25	3562,5	4568,75	5700	6956,25
	55	210	446,25	670	868,75	1042,5	1191,25	1315	1413,75	1487,5	1536,25	1560	1558,75

Bei Bäumen von langsamerem Wuchse, wie Buchen, Eichen, Tannen, Fichten tritt der Kulminationspunkt der jährlichen Höhenwüchse selten früher als mit dem 30. Jahre ein, es ergibt sich dadurch ein Höhenwuchs bis zum 150. Jahr, wo derselbe gleich Null wird, nach dieser Zeit ergibt sich erst, und zwar nur langsam ein Rückgang, ein Absterben der Gipfel. Die sich hiernach ergebenden Höhenreihen sind ad **III** dargestellt. Auf einem Standort, welcher die Entwicklung der Pflanzen no chmehr zurückhält, und die Lebensdauer dadurch verlängert, kann sich der Kulminationspunkt bis zum 35.—40. Jahr verschieben. Im letzteren Fall erfolgt 200 Jahre lang ein Höhenwuchs. Eine solche Reihe bis zum 140. Jahr ist ad IV. dargestellt. Im Allgemeinen zeigen diese Reihen, daß je langsamer der Höhenzuwachs in der Jugend ansteigt, je später er sein Maximum erreicht, ein desto andauerndes Vermögen zu einem Höhenwuchs ist vorhanden, eine desto größere Höhe ist unter günstigen Verhältnissen zu erreichen möglich.

I. Klasse c = 15.

Diff.	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
1	5,5	19,125	31,5	41,375	48,75	53,625	56,0	55,875		
1,1	6,05	21,03	34,6	45,51	53,62	58,98	61,6	61,46		
1,2	6,6	22,95	37,80	49,65	58,49	64,35	67,2	67,05		
1,3	7,15	24,86	40,95	53,78	63,36	69,71	72,8	72,63		
1,4	7,7	26,77	44,1	57,91	68,25	75,67	78,4	78,22		
1,5	8,25	28,68	47,2	62,06	73,12	80,43	84,0	83,81		

II. Klasse c = 20.

0,4	2,2	8,4	15,85	22,3	27,75	32,2	35,65	38,1	39,55	40
0,5	2,75	10,5	19,81	27,87	34,68	40,25	44,56	47,62	49,43	50
0,6	3,3	12,6	23,77	33,45	41,62	48,3	53,47	57,15	59,32	60
0,7	3,85	13,7	27,73	39,02	48,55	56,35	62,38	66,67	69,21	70
0,8	4,4	16,8	31,7	44,6	55,5	64,4	71,3	76,2	79,1	80
0,9	4,95	18,9	34,66	50,17	62,43	72,45	80,21	85,72	89,55	90
1,0	5,5	21,	39,62	55,75	69,37	80,5	89,12	95,25	98,87	100
1,1	6,03	23,1	43,58	61,32	76,4	88,55	98,03	104,77	108,74	110

III. Klasse c = 30.

Diff.	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140
0,1	0,55	2,1	4,65	75,12	10,12	12,48	14,48	16,46	18,08	19,34	20,55	21,41	22,02	22,38
0,2	1,1	4,2	9,3	15,02	20,23	24,97	29,2	32,92	36,17	38,69	41,10	42,82	44,05	44,77
0,25	1,37	5,25	11,65	18,78	25,29	31,22	36,5	41,15	45,21	48,36	51,37	53,53	55,06	55,96
0,3	1,63	6,3	19,95	22,53	30,37	37,46	43,80	49,38	54,25	58,03	61,65	64,23	66,07	67,16
0,35	1,92	7,35	16,27	26,28	35,43	43,7	51,1	57,61	63,29	67,7	71,92	74,93	77,08	78,36
0,4	2,2	8,4	18,6	30,05	40,46	49,95	58,4	65,85	72,34	77,39	82,2	85,65	88,1	89,55
0,45	2,47	9,45	20,95	33,80	45,52	56,19	65,70	74,08	81,38	87,06	92,47	96,35	99,11	100,74
0,5	2,75	1,05	23,25	37,56	50,62	62,43	73,	82,31	90,42	96,73	102,75	107,06	110,1	111,93
0,55	3,02	11,55	25,57	41,32	55,68	68,68	80,3	90,54	99,45	106,41	113,02	117,77	121,13	123,13
0,6	3,3	12,6	27,9	45,07	60,75	74,92	87,6	98,77	108,5	116,08	123,3	128,47	123,15	134,42

IV. Klasse c = 40.

Diff.	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140
0,1	0,55	2,1	4,65	8,2	12,06	15,67	19,03	22,15	25,01	27,72	29,98	39,10	33,96	35,57
0,15	0,82	3,15	6,97	12,3	18.09	23,51	28,55	33,22	37,51	41,58	44,97	48,15	50,95	53,36
0,2	1,10	4,2	9,3	16,4	24,12	31,35	38,07	44,3	50,02	55,45	59,97	64,2	67,93	71,15
0,22	1,21	4,62	10,23	18,04	26,53	34,48	41,87	48,73	55,02	60,99	65,96	70,62	74,72	78,26
0,24	1,32	5,04	11,16	19,68	28,94	37,61	45,67	53,16	60,02	66,53	71,95	77,04	81,51	85,38
0,26	1,43	5,46	12,09	21.42	31,35	40,75	49,49	57,59	64,02	72,08	77,96	83,46	88,31	92,49
0,28	1,54	5,88	13,02	22,96	33,76	43,88	53,29	62,02	69,03	77,62	83,96	89,88	85,1	99,61
0,3	1,65	6,3	13,95	24,6	36,18	47,02	57,11	66,45	75,03	83,17	89,96	96,3	101,9	106,72
0,32	1,76	6,72	14,98	25,24	38,59	50,15	60,91	70,88	80,03	88,71	95,95	102,7	108,7	113,8
0,34	1,87	7,14	15,18	26,88	41,00	53,29	64,72	75,31	85,03	94,26	101,95	109,14	115,4	120,95
0,36	1,98	7,56	16,11	28,52	43,41	56,42	68,52	79,74	90,03	99,80	107,94	115,93	122,2	128,06
0,4	2,2	8,4	18,6	32,8	48,25	62,7	76,14	88,6	100	110,9	119,9	128,4	135,7	142,3

§ 88. Stockausschläge weichen in der Art von dem Höhenwachsthum der aus Samen erzogenen Bäume ab, daß sie gleich in den ersten Jahren, durch die Kräfte eines schon gegründeten Wurzelstockes, so kräftige Höhentriebe ansetzen, daß in den späteren Jahren keine Vergrößerung derselben mehr vorkommt. Die Höhentriebe bleiben sich dadurch längere Zeit an Höhe noch gleich, bis endlich die Kräfte nachlassen, dann erfolgt der Rückgang in derselben Reihe,

wie bei Samenpflanzen. Die ganze Reihe des Höhenwachsthums der Stockausschläge zeigt dabei noch die merkwürdige Veränderung, daß jede Holzart dadurch die Natur der Holzarten von schnellerem Wuchs und kürzerer Lebensdauer annimmt. Selbst bei den langsamer wachsenden Holzarten, wie Buchen, Eichen zeigen die jährlichen Höhentriebe sich nur bis zum 20. Jahre gleich stark, im 30. ist eine Abnahme derselben schon sehr bemerklich, später, wie bis zum 70., 80., zeigt sich bei ihnen selten ein Höhenwuchs. Ausnahmen zeigen sich nur bei Stöcken, die erst einmal abgetrieben wurden und auf besonders günstigem Standort.

Um dem Höhenwachsthum der Stockausschläge zu folgen, müssen wir sonach die gemeine Reihe anwenden. Aber um dem Abnehmen nach dem Kulminiren entsprechend nachzukommen, müssen wir wieder zur Reihe 2. Potenz greifen, indem eine gemeine Reihe der ersten entgegengestellt nur die Wirkung hat, daß die einzelnen Höhenwüchse kleiner werden, aber sich an Stärke gleich bleiben, nicht abnehmen. Die entsprechende Reihe kann auf folgende Art gefunden werden. Wachsen z. B. die Stockausschläge bis zum 20. Jahr durchschnittlich jährlich um 1 Fuß zu, erreichen bis zum 80. Jahr, wo der Höhenwuchs gering zu werden beginnt, 57,2′ Höhe, so sollte nach dem anfänglichen Zuwachs im 80. Jahr auch 80′ Höhe vorhanden sein, der Zuwachs ist also um 22,8′ zurückgeblieben. Diesen Unterschied theilt man durch $^5/_4 \left(\frac{m^2 + m}{2}\right)$; $m = 80 - 20 = 60$; und $\left(\frac{60^2 + 60}{2}\right) {}^5/_4 = 22875$; $\frac{228}{22875} = 0{,}01$. Es zeigt sich in diesem Fall die Differenz für die Reihe $\frac{m^2 + m}{2}$ nahe 100mal kleiner, als die der Hauptreihe. Der Ausdruck für das Höhenwachsthum wird dadurch folgender $h_n \left[n - {}^5/_4\left(\frac{m^2 + m}{200}\right)\right] h^d$; folgende Reihen sind hiernach entwickelt:

n	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
$^5/_4 \frac{m^2 + m}{200}$			0,68	2,6	5,81	10,2	15,9	22,8	31	40,5
Reihen-Diff. = 1	10	20	29,32	37,4	44,19	49,8	54,7	57,1	59	59,5
„ = 1,2	12	24	35,18	44,88	53,03	59,76	64,92	68,64	70,82	71,4

n	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
$-\frac{5}{4}\frac{m^2+m}{200}=c$	15	0,18	1,5	4,0	7,8	12,9	19,2	26,8	35,6	45,6
Reihen-Diff. 1 =	10	18,2	28,5	36	42,2	47,1	50,8	53,2	54,4	54,4
„ 1,2	12	21,84	34,2	43,2	50,64	56,52	60,96	63,84	65,28	65,28
„ 1,4	14	25,48	39,9	50,4	59,08	65,94	71,12	74,48	76,16	76,16

§ 89. Vergleicht man diese verschiedenen Reihen miteinander, so zeigt sich, daß sie alle einander ähnlich sind, was veranlaßt wird durch denselben Reihengrad, indem die Zuwachse sich ansetzen, und durch das gleichbleibende Verhältniß der endlichen Abnahme. Bei den angegebenen Reihen ist immer ein Abnahmegrad angewendet, welcher nur $\frac{1}{4}$ so stark als der jugendliche Aufschwung. Bringt man andere Grade des Nachlassens in Anwendung, so zeigt sogleich die ganze Reihe nicht entsprechende Verhältnisse, bei stärkerer Abnahme der Höhenwüchse sinkt entweder der Höhenwuchs zu bald auf Null zurück, oder man bekommt ein zu langes Zunehmen der jährlichen Triebe.

Bei einem Abnahmeverhältniß von $\frac{3}{2}$ und bei dem Kulminationspunkt im dreißigsten Jahr ergibt der Ausdruck

$$h_n = \left[\frac{n^2+n}{2} - \frac{3}{2}\left(\frac{m^2+m}{2}\right)\right] h^d$$ folgende Größen:

Im Alter	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
Höhen	2,2	8,4	18,6	29,7	38,4	45,3	50,2	53,1	54	53
Höhen	3,3	12,6	27,9	44,1	57,6	67,9	75,3	76,6	81	79,3

Hier hat das Höhenwachsthum schon mit dem 90. Jahr ein Ende. Wollte man den Kulminationspunkt später setzen, so würden die Höhen im 20.—30. Jahr zu klein ausfallen, später zu groß; sie zeigen sich im Verhältniß zur Lebensdauer so schon im 10. Jahr zu klein.

Wollte man den Abnahmegrad noch geringer als $\frac{1}{4}$ setzen, so bekäme man länger andauernde Höhenwüchse, als in der Natur vorkommen, oder eine zu kurze Zeit für die Zunahme der Höhenwüchse.

Auch bei der Reihe für die Höhenentwicklung der Stockausschläge zeigt sich kein anderes Abnahmeverhältniß als das von $\frac{5}{4}$ anwendbar. Stellt man der Reihe der Jahre nur die Reihe $\frac{m^2+m}{2}$ entgegen, so ergibt sich zu lange ein Höhenwuchs, die Abnahme wird

zu schwach und ist nur durch das angegebene Verhältniß in die entsprechende Richtung zu bringen.

Ein schnelleres Zurücksinken des Höhenzuwachses als das angegebene Verhältniß anzeigt, ist jedoch nicht unmöglich und kommt vor, wie die natürliche gesunde Entwicklung des Baumes gewaltsam gestört wird, so daß Krankheitszustände eintreten. Es wird bewirkt durch Streurechen, zu starke Harzgewinnung bei Nadelholz, Insektenfraß, durch Larven und Würmer, die an den Wurzeln nagen, durch Borkenkäferbeschädigungen am Schaft. Von vorübergehender Wirkung ist nur der Raupenfraß an den Blättern, oder des Hylesinus piniperda in der Markröhre der einjährigen Triebe des Nadelholzes, des Phalaena Tortrix turianana, durch Beschädigung der Endknospen, des Phalaena Tortrix resina, des Kiefernharzgallentwickler.

§ 90. Da bei dem für entsprechend gefundenen gleichen Abnahmegrad sich das Höhenwachsthum aller Holzarten einander ähnlich zeigt, so unterscheiden sich die Reihen der verschiedenen Holzarten hauptsächlich durch den verschiedenen Eintritt des Kulminationspunktes. Unsere am schnellsten wachsenden Waldbäume zeigen den größten Höhenwuchs selten früher als im 15. und die am langsamsten wachsenden Waldbäume selten später als im 35. Jahr, um so näher müssen die Reihen einander stehen, welche für dieselbe Holzart anwendbar sind. Ein Unterschied im Wachsthum wird hier vorzüglich nur durch die klimatischen Verhältnisse hervorgerufen, welche nicht sehr bedeutend einwirken, weil dieselbe Holzart nur unter bestimmten örtlichen Verhältnissen fortkommt, und bei bedeutendem Wechsel anderen Holzarten Platz macht. Wir sehen die Lebensdauer verändert durch das Klima, auf kalten Höhen, Nordhängen verlängert, in warmen Lagen verkürzt, aber nie bedeutend, die Reihe der Kiefer wird nie der Fichte oder Tanne gleich, die Aspe nie der Buche, die Sahlweide nie der Aspe gleich. Die Reihen, welche so für dieselbe Holzart anwendbar sind, stehen dadurch einander immer so nahe, daß sie mit einander verwechselt werden können. Der Kulminationspunkt wird meist nur um wenige Jahre verrückt, selbst wenn die Abweichung bedeutend ist, das Höhenwachsthum dauert dann 5mal so viel länger oder kürzer. Eine bedeutende Veränderung im Höhenwachsthum zeigt die Lerche, im Hochgebirge zeigt sie eine Zuwachs-

reihe, deren Kulminationspunkt auf das 25.—28. Jahr fällt, während sie in der Ebene denselben schon im 16.—18. Jahr zeigt. Bei der Kiefer ist die Veränderung nicht so bedeutend, eine Veränderung von 20—25 umfaßt schon alle Lagen in Deutschland.

§ 91. Wenn man die Reihe des Höhenwachsthums durch den Kulminationspunkt für eine Holzart und Gegend festgestellt hat, dann hat man nur noch die Differenz der Reihe zu suchen, um das Höhenwachsthum eines gewissen Baumes näher zu bestimmen, und diese findet man, wenn man die gegebene Höhe des Baumes durch das seinem Alter entsprechende Reihenglied theilt. In dieser Differenz müssen sich also alle näheren örtlichen Einflüsse ausdrücken und vereinigt darstellen, diese sind besonders folgende:

1) Die Bodenkräfte, welche in Vereinigung mit den atmosphärischen verschiedene Zuwachse hervorbringen. Es erreichen dadurch verschiedene Bäume in gleich viel Jahren bei gleichem Klima und Lage doch verschiedene Höhen, wenn sie auch nach derselben Reihe wachsen.
2) Das eigenthümliche Zuwachsvermögen, durch das sich Holzarten, die sonst nach derselben Reihe wachsen, gleiche Lebensdauer haben, unterscheiden. Gleiche Lebensdauer können haben die Birke und Aspe, die Kiefer und die Heimbuche, die Buche und die Fichte ꝛc., ihr Höhenwachsthum unterscheidet sich aber meist sehr durch die Differenz. Holzarten, die weicheres Holz liefern, zeigen immer größere Differenzen im Höhenwuchse, als Harthölzer.
3) Auf manchen Orten sind die Pflanzen besonders in der Jugend gewissen Beschädigungen ausgesetzt, haben besondere Hindernisse im Wachsthum zu überwinden, die beinahe jährlich wiederkehren, also die in gleicher Zeit zu erreichenden Höhen verändern, wenn sie auch ohne Einfluß auf die Lebensdauer der Pflanzen sind. Die Wirkung derselben zeigt sich durchschnittlich in der Differenz. Solcher Art sind die Einflüsse der Hitze, der Fröste, von Duft und Schnee, der Winde, auch die Beschädigungen durch Thiere, besonders Insekten, Wild und Weidevieh ꝛc.

Die Differenz steht einigermaßen im Verhältniß zur Länge der Zuwachsreihe, sie zeigt sich im Allgemeinen größer, wie das Höhen=

wachsthum schneller vollendet wird. Verhält sich die Dauer des Höhenwachsthums

wie	75	100	125	150	200	und verhält
sich die Differenz =	1,4	1	0,7	0,5	0,3,	so ist die
größte Höhe	78,75	100	109,375	112,5	120,	
das Produkt	105	100	87,5	75	60	
der größte H.=Zuwachs	21	20	17,5	15	12,6.	

Bei schneller wachsenden Holzarten zeigt sich so die Differenz verhältnißmäßig größer, als bei langsamer wachsenden, oder dem Produkte nach könnten sie größere Höhen erreichen, durch das Nachlassen der Höhenzuwüchse gestaltet sich dieß aber umgekehrt.

§ 92. Bei Bestimmung des Höhenwachsthumes können wir fehlen, besonders in der Wahl der Reihe, dem Eintritt des Kulminationspunktes, der Höhenwuchs erfolgt dann zu lange oder verschwindet zu bald, 5 Jahre beim Kulminationspunkt machen 25 Jahre für die Reihe aus. Dieß hat in dem Fall keinen großen Einfluß auf die Rechnung, wenn wir die Bäume nicht sehr alt werden lassen, also nicht den letzten Höhentrieb abwarten.

Durch einen Fehler in der Reihe wird die Differenz meist so in entgegengesetzter Richtung verändert, daß sie den Fehler wieder größtentheils aufhebt, doch kommt es hiebei wieder sehr auf die Höhe an, von der man die Differenz ableitet; je mehr der Baum schon im Alter vorgerückt, desto geringer wird der Fehler. Ueberhaupt sind solche Zuwachsberechnungen weniger sicher, wo von einer noch wenig erwachsenen jungen Pflanze auf ihre Höhe in den spätesten Perioden geschlossen werden soll; denn hier ist die Differenz der Reihe noch nicht bestimmt ausgedrückt, die Pflanze hat vielleicht erst viele zurückhaltende Einwirkungen überstanden und ist noch manchen Beschädigungen, selbst oft dem Ueberwachsen nach, ausgesetzt. Es kommt aber auch der Fall vor, daß das Höhenwachsthum einer Pflanze in der Jugend sehr begünstigt wird, was später aufhört, z. B. durch guten aber sehr flachgründigen Boden, durch gute Bearbeitung eines frischen Bodens, beim Anbau von Feldern, durch Düngung 2c.

Man wird deßhalb immer gut thun, wenn man von dem Höhenwachsthum in der Jugend auf die spätern Jahre schließt, wenn man sich auch nach älteren Bäumen derselben Holzart auf

demselben oder ähnlichen Standorte umsieht und ihre Höhen berücksichtigt.

§ 93. Die verschiedenen Reihen des Höhenzuwachses, deren Verhältniß zu einander, läßt sich am besten durch eine Zeichnung darstellen, welche die Kurven der Reihen übereinanderstellt. Trägt man auf eine horizontale Linie in entsprechenden Abständen die Jahre (das Alter), und an diese die entsprechenden Baumhöhen, welche aus verschiedener Differenz, aber derselben Reihe entspringen, Figur 93, so erhält man durch Verbindung der Punkte, die immer derselben Differenz entsprechen, mehrere Kurven, welche jedoch nicht mit einander parallel laufen, sondern deren Abstände immer größer werden, indem die Wirkung der Differenz sich in jedem späteren Jahre mehrmal wiederholt.

Stellt man auf ähnliche Art all die gegebenen Höhenreihen unserer Waldbäume zusammen, so gibt sich bildlich das Verhältniß der Reihen sowohl unter einander als in den verschiedenen Baumaltern. In Figur 14 wurden solche Reihen neben einander gestellt, wie sie etwa gleiche Bodenkräfte geben, aber von jeder der gegebenen Reihe nur eine Kurve gegeben, um das relative Verhalten der Holzarten besser darzustellen.

Die Kurve des Stockausschlages von Harthölzern Nr. 1 übertrifft in den ersten Jahrzehnten alle andern Kurven, im 18. Jahr wird sie aber durch den Höhenwuchs der schnell wachsenden Samenpflanzen schon eingeholt, im 65. Jahr sogar schon vom Höhenwuchs der langsam wachsenden Samenpflanzen, im 90. Jahre zeigt sie schon keine Steigung mehr.

Die Kurve 2 ist von schneller wachsenden Holzarten, sie zeigt eine schnelle Steigung, erlangt bald eine bedeutende Höhe, ist aber früher vollendet als die folgende.

Die Kurve 3 entspricht den mittelschnell wachsenden Holzarten.

Die Kurve 4 ist von langsamer wachsenden Holzarten, ihr Aufschwung ist besonders in der Jugend langsam, wird erst nach dem 30. Jahr stärker, dauert aber lange an, so daß erst nach dem 150. Jahr ein Stillstand der Höhe eintritt. Bei dem, daß dieser Reihe die kleinste Differenz zu Grund liegt, erreicht sie doch die bedeutendste Höhe, wenn auch erst spät.

Von noch langsamerem Höhenwuchs gibt Kurve 5 eine Ansicht.

Vom durchschnittlichen Höhenzuwachs.

§ 94. Den durchschnittlichen Höhenzuwachs eines Baumes findet man, wenn man die bis zu einem bestimmten Alter erreichte Höhe durch dieses Alter dividirt, er ist also gleich $\frac{h}{n}$. Wenn die Baumhöhe bis zum Kulminiren wie $\left(\frac{n^2 + n}{2}\right) h^d$ zunimmt, so verhält sich der durchschnittliche Höhen-Zuwachs bis dahin wie $\left(\frac{n^2 + n}{2\,n}\right) h^d = \left(\frac{n + 1}{2}\right) h^d$. Nach deren Kulminiren aber wie $\left[\frac{n_2 + n}{2} - {}^5\!/_4 \left(\frac{m^2 + m}{2}\right)\right] h^d : n =$

$$\left(\frac{n + 1}{2} - {}^5\!/_4\ \frac{m^2 + m}{2\,n}\right) h^d.$$

Die Durchschnittszuwachse der Baumhöhen bilden dadurch unter sich ebenfalls eine Reihe, d. h. verändern sich mit dem Alter. So lange die Baumhöhen in einer Reihe 2. Potenz wachsen, so lange steigt die Reihe der Höhendurchschnittszuwachse in gemeiner Reihe, wie die Reihe der Baumhöhen nachläßt, vergrößert sich auch der Durchschnittszuwachs weniger. Vor dem Kulminiren verhält sich der Höhendurchschnittszuwachs wie der halbe Höhenzuwachs, nach dem Kulminiren übertrifft er diese Hälfte immer mehr, und zwar so ansteigend, daß er in späteren Jahren sogar größer als der wirkliche Höhenzuwachs werden kann, dieß ist der Fall, wie der wirkliche Höhenzuwachs einmal sehr schwach ist, noch mehr, wenn er gleich Null wird, denn der durchschnittliche Höhenzuwachs kann niemals gleich Null werden.

Aus den gegebenen Höhenreihen ergeben sich folgende Reihen der Durchschnittszuwachse.

Im Alter		10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140
Reih.	Diff.	Durchschnittszuwachse.													
I.	0,12	0,66	1,147	**1,26**	1,24	1,17	1,07	0,96	0,83						
II.	0,8	0,44	0,84	1,056	**1,115**	1,110	1,075	1,018	0,952	0,878	0,80				
III.	0,6	0,33	0,603	0,93	1,126	1,215	1,249	**1,250**	1,234	1,205	1,160	1,221	1,07	1,016	0,959
IV.	0,34	0,187	0,357	0,506	0,672	0,802	0,885	0,924	0,941	**0,944**	0,942	0,927	0,909	0,888	0,864

Der größte Höhendurchschnittszuwachs ist hier immer markirt und dadurch angegeben, in welchem Alter er schon vorhanden ist.

§ 95. Die Kurve der Durchschnittszuwachse läßt sich auch durch Konstruktion finden, es wird dabei deren Entstehung versinnlicht. Stellt man die gemeine Reihe, in welcher die einjährigen Zuwachse zu und abnehmen, durch ein Dreieck dar, in welcher zur Verdeutlichung für die Höhen ein größerer Maßstab genommen wird, (vergl. Fig. 15), so ist die Figur, welche die Summa der einjährigen Zuwachse bis zum Kulminationspunkt darstellt, ein rechtwinkliches Dreieck, nach diesem ist sie ein ungleichseitiges Viereck, und erst in dem Jahr, wo der jährliche Höhenzuwachs gleich Null wird, wieder ein Dreieck. Verwandeln wir dieses Drei- oder Viereck in ein Rechteck von gleicher Grundlinie, (gleich den Jahren n) und gleicher Fläche (gleich der Summe der Höhenzuwachse), so bezeichnet die Höhe dieses Rechteckes den Durchschnittszuwachs.

Bis zum 30. Jahr bildet der Höhenzuwachs das Dreieck a 30 c, verwandelt man dieses Dreieck in ein Rechteck a III f 30, so hat dieß nur die halbe Höhe des Dreiecks, diese Höhe a III = 30 f bezeichnet den Durchschnittszuwachs im 30. Jahr, er ist n mal genommen, dem Inhalt des Dreiecks, der Summa aller Höhenzuwachse gleich. Die früheren Durchschnittszuwachse findet man ebenso, sie liegen alle in der Linie von a nach f.

Da sich über dem Kulminationspunkt die Summe der jährlichen Zuwachse in einem ungleichseitigen Viereck darstellt, so müssen wir erst das Viereck in ein Dreieck und dieses in ein Rechteck verwandeln. Im 50. Jahr bildet die Reihe der jährlichen Zuwachse die Figur a c l 50, zieht man die Linie a l, dann parallel mit ihr die Linie c q, dann a q, so ist das Dreieck a q 50 = a c l 50, weil Dreieck a c q = c q l. Dem Dreieck a q 50 ist das Rechteck a IV g 50 an Fläche gleich, folglich g 50 gleich dem Durchschnittszuwachs; in jedem Jahr nach 68 ist der Durchschnittszuwachs größer als der wirkliche Höhenzuwachs.

Auf diese Art erhält man die Kurve des Höhendurchschnittszuwachses gleich a d e f g h i k. Von a bis f geht sie gerade, hierauf biegt sie sich bei h, durchschneidet p in die Linie der jährlichen Zuwüchse, hier ist der Durchschnittszuwachs dem wirklichen Höhenzuwachs gleich, später ist er größer, im 150. Jahr, wo der jährliche Zuwachs gleich Null wird, ist er noch halb so groß als im 30. Jahr, wo der jährliche Zuwachs am größten war.

§ 96. Hieraus ergeben sich folgende Eigenschaften des Durchschnittszuwachses:

1) Der Durchschnittszuwachs gibt n mal genommen nur jene Höhe richtig an, aus welcher er abgeleitet wurde. Der Durchschnittszuwachs des 30. Jahres gibt n mal genommen alle Baumhöhen, die jünger als 30 Jahre sind zu groß an, nur die 30jährige Höhe richtig, alle nachfolgenden aber kleiner als sie wirklich sind, nur eine Höhe, welche einem meist aber ungewissem Alter über dem Kulminationspunkt entspricht, wo der Durchschnittszuwachs auf die Größe des 30. Jahres zurückfällt, vermag er noch richtig anzugeben.

2) Der höchste Durchschnittszuwachs fällt auf die Jahre nach dem Kulminationspunkt, wo der wirkliche Zuwachs schon wieder um $\frac{1}{3}$ von seiner höchsten Höhe zurückgesunken ist. Die Bestimmung des Jahres, wann der höchste Durchschnittszuwachs erfolgt, ist schwer durch Zusammenstellung der Durchschnittszuwachse selbst zu ermitteln, weil diese sich zu jener Zeit längere Zeit mehr gleich sind. Aus der genau bestimmten Reihe der jährlichen Höhenwüchse läßt sich dieses Jahr nur sicher erforschen.

3) Auf die Stärke des Höhenwachsthums läßt sich vom Durchschnittszuwachs nur schließen, insoferne er die Baumhöhe angibt, aus welcher er abgeleitet wurde. Wenn man jedoch das Alter nicht kennt, welchem der Durchschnittszuwachs entspricht, leistet er sehr wenig. Ist bekannt, daß er einem Alter entspricht, in dem der Höhenwuchs schon mehr vollendet ist, so läßt sich daraus schon annähernd auf die Höhenentwicklung schließen, weil in höherm Alter der Durchschnittszuwachs sich in längeren Zeiten weniger ändert.

Kennt man die ganze Reihe der Durchschnittszuwachse, so kann man daraus die Reihe des Höhenwachsthums finden, indem man die Höhe für jedes Alter, wovon der Durchschnittszuwachs angegeben ist, entwickeln kann.

Vom Wachsthum der kreisförmigen Querschnitte, insbesondere der Grundflächen an den Bäumen.

§ 97. Das Wachsthum der Querschnitte an den Bäumen erfolgt, indem sich jährlich zwischen das jüngste Holz und die jüngste

Rinde eine neue Schichte ablagert, wodurch sich der Querschnitt um einen konzentrischen Ring vergrößert. Da diese Jahrringansätze sichtbar bleiben, der Querschnitt mag am Baume geführt werden, wo er will, so ist dadurch sowohl das Alter sichtlich, welches beim Querschnitte verlebt wurde, als auch das Wachsthum und die Baumstärke von jedem früheren Jahr. Es läßt sich dadurch in jeder Höhe die frühere Größe des Holzkörpers oder der Ansatz der Jahrringe auffinden. Die Jahrringe zeigen übrigens nur die Dicke des Holzkörpers in einem früheren Jahre an, um die entsprechende Baumdicke zu finden, muß daher die entsprechende Rindendicke zugerechnet werden. Dem Durchmesser nach vergrößert sich jedoch der Querschnitt nicht um den einfachen Jahrring und die entsprechende Rindendicke, sondern um die doppelte, weil jeder Ring rund um den Baum geht, also den Durchmesser auf beiden Enden vergrößert, Da die Verdickung der Rinde im Allgemeinen und besonders in den spätern Jahren immer unbedeutender wird, so bewirkt die Verdickung des Baumtheiles immer so vorwiegend den Jahrring, daß die Rindenverdickung selten besonders beachtet wird.

Die Querschnitte können immer als Kreisflächen angesehen werden, indem doch immer eine Aehnlichkeit im Verhalten mit Kreisflächen bestehen bleibt, die Abweichung mag sein wie sie will, auch die nothwendige Ordnung der Zuwachse wird dadurch nicht gestört, es lagert sich immer ein Ring um den andern. Wenn durch die Abweichung von der Kreisfläche der Umfang des Querschnittes vergrößert wird, so bleibt gewöhnlich dasselbe Verhältniß bei allen Jahrringen bestehen, das Verhältniß der Flächeninhalte bleibt dadurch dasselbe wie bei den entsprechenden Kreisringen von derselben Stärke.

§ 98. Das Wachsthum der Kreisflächen ist nicht, wie das der Baumhöhen, unmittelbar durch Längemessungen zu finden, sondern ist viel undeutlicher dargestellt, indem es in die Fläche erfolgt, das Produkt einer Länge und Breite ist. Da wir keine Fläche unmittelbar messen, sondern nur ihre lineare Ausdehnungen, so sind es natürlich nur Längsmaße, mit denen wir das Wachsthum verfolgen, aber wir brauchen hier die Kenntniß der Verhältnisse, in welchen diese Längen zur Fläche stehen. Das Wachsthum der Kreisflächen vergleicht man so durch Messung des Durchmessers oder

der Peripherie. Am einfachsten zeigt sich das Wachsthum der Kreisfläche, wenn der Durchmesser jährlich um eine gleiche Größe zunimmt; in diesem Fall ist der jährliche Zuwachs am Durchmesser gleich dem durchschnittlichen. Diese Reihe ergibt sich immer, wenn man den Durchmesser eines Querschnittes durch die Jahre seines Bestehens-Alters theilt. Die auf diese Art erhaltene Größe weicht nur, wenn die Rindendicke dazu gemessen wurde, etwas von der doppelten durchschnittlichen Jahrringdicke ab. Für das Durchmesser-Wachsthum ergibt sich hier, da die Durchmesserdifferenz $= \frac{D}{n} = d^d$, gleich dem durchschnittlichen jährlichen Zuwachs am Durchmesser, die gemeine Reihe $= nd^d$. Da der Umfang einer Kreisfläche $= d\pi$ ist, so ist der jährliche Zuwachs am Umfang, die jährliche Differenz der Umfänge $= d^{d\pi} = p^d$, der Umfang in einem nten Jahr, ist daher gleich $nd^{d\pi} = np^d$; Umfang und Durchmesser wachsen daher immer in derselben Reihe. Da die Jahrringe in diesem Fall gleich dick bleiben, so wächst die Kreisfläche in der Reihe wie die Summe der Umfänge dieser Jahrringe mal Jahrringdicke. Die Umfänge wachsen wie 1, 2 3 4 . . . $d^{d\pi}$, die Summe dieser Reihe ist nach § 19 gleich $\frac{n^2+n}{2}.d^{d\pi}$. Die Kreisfläche ist also $= \left(\frac{n^2+n}{2}\right) d^{d\pi} \cdot \frac{d^d}{2} = \frac{n^2+n}{2} \cdot \frac{d^{d2\pi}}{2}$. Vgl. Figur 5. § 17.

Wie also der Durchmesser in gemeiner Reihe wächst, so wächst die Kreisfläche in einer Reihe 2. Potenz.

§ 99. Die Reihe $\left(\frac{n^2+n}{2}\right) \frac{d^{d2\pi}}{2}$ ergibt sich, wenn man den Flächeninhalt von n ganzen gleichdicken Jahrringen summirt, der Ausdruck entspricht also den Baumgrundflächen, wie sie so viele Zuwachse vollkommen aufgelegt haben, als Jahre angerechnet werden. Da der Zuwachs nur den Sommer hindurch, so lange der Baum belaubt ist, also während einem halben Jahr erfolgt, und dann ein Winterschlaf, also Unthätigkeit eintritt, so hat nur dieses halbe Jahr für die Zuwachsberechnung Bedeutung, da der Jahreszuwachs ihm vollkommen erlangt wird, so hat dieses halbe Jahr die Bedeutung des ganzen Jahres. Man hat darum, um die Zu-

wachszahl zu ermitteln, nur die Sommer zu zählen, all die Monate zählen nichts, durch deren Verlauf nur Zeit verfließt, ohne daß ein Zuwachs erlangt wird. Es ist darum hier einerlei, ob wir im Herbst, Winter oder Frühjahr das Jahr beginnen lassen, nur in den Sommermonaten darf es nicht beginnen, weil hier mit der Zeit auch der Zuwachs getheilt werden würde, was dem angegegebenen Ausdrucke nicht entspricht.

Die Reihe $\left(\frac{n^2-n}{2}\right)\frac{d^{d2}\pi}{2}$ entspricht dem Wachsthum der Grundflächen beim Gleichdickbleiben der Jahrringe, wenn ein Jahrring weniger vorhanden ist, als man Jahre verflossen annimmt. Es kann dieß eintreten, wenn man den Anfang des Jahres in den Herbst legt, und bei der Zuwachsberechnung im Frühjahr das Jahr schon anrechnet, wann auch der Jahrring noch nicht aufgelegt ist. Es unterscheidet sich dieser Ausdruck von dem obigen nur dadurch, daß das letzte Glied der Zuwachsreihe wegbleibt, er summirt genau dieselben Reihenglieder, nur das letzte nicht.

Bei dem Ausdruck $\frac{n^2}{2}\ \frac{d^{d2}\pi}{2}$ wird die Grundfläche nicht in den Absätzen aus Ringen zusammengesetzt betrachtet, wie sie sich wirklich aus Jahrringen zusammensetzt. Der erste Ring (Reihenglied), welcher dem 1. Jahreszuwachs der Grundfläche entsprechen sollte, kommt nur dem halben 1. Jahrring gleich, das 2. Reihenglied (Ring) begreift die 2. Hälfte des 1. und die 1. Hälfte des 2. Jahrringes, das 3. Reihenglied begreift die Hälften des 2. und 3. Jahrringes u. s. w., das letzte Reihenglied erlangt dadurch nur den halben letzten Jahrring; die Summe dieser Reihe, welche dem obigen Ausdruck entspricht, umfaßt daher nur den letzten Jahrring halb. Diese Reihe würde daher dem Wachsthum entsprechen, wenn man den Anfang des Jahres in die Mitte des Sommers legen könnte, und hier gerade der halbe Jahreszuwachs der Grundfläche vorhanden wäre. Für diesen Ausdruck spricht nur seine Einfachheit, er ist von dem Ausdruck § 4, $g = \frac{D^2\pi}{4}$ nur in der Form verschieden; setzt man $d^2 = (nd^d)^2$, so erhält man

$$g = \frac{n^2}{2} \cdot \frac{d^{d2}\pi}{2} = \frac{n^2 d^{d2}\pi}{4}.$$

Wenn es sich nur um die Berechnung des Kreisflächeninhaltes

handelte, wäre es einerlei, welchen von diesen Ausdrücken man anwendete, aber bei Verfolgung des Zuwachses wird man den letzten Jahrring entweder ganz oder gar nicht, niemals halb vorhanden annehmen müssen, man wird also nicht nach dem einfachsten Ausdruck greifen können, sondern vorzüglich den erstern annehmen.

§ 100. Während man für das Höhenwachsthum bei gleichbleibenden jährlichen Höhentrieben nur die gemeine Reihe erhält, ergibt sich bei gleichbleibenden Jahrringstärken schon die gemeine Reihe in den Jahrringflächen, und die Reihe 2. Potenz in den Wachsthum der Grundflächen; es ist also das Wachsthum der Jahrringe schon dem Wachsthum der Baumhöhen gleich, und das Wachsthum der Grundflächen übertrifft dieses um einen Potenzgrad.

Während also die Jahrringstärken gleichbleibende Größe sind, wächst die Jahrringfläche schon in gemeiner Reihe, (wie die Jahre) und die Grundflächen wie das halbe Quadrat der Jahre, es ergeben sich so verschiedene Reihen unter den einzelnen Faktoren der wachsenden Baumgrundflächen. Das Verhältniß dieser Reihen bleibt sich jedoch gleich, wenn auch die Jahrringstärke zu oder abnimmt, die Grundfläche wird immer wie das Quadrat dieser Größe wachsen, und die Jahrringfläche wie n mal die Jahrringstärke Quadrat π zunehmen.

Beim Wachsthum des Durchmessers nach gemeiner Reihe tritt dieß Verhältniß am einfachsten hervor, ist am deutlichsten zu erkennen.

Beim Wachsthum ist durch die Reihe das Verhältniß der Größe, Jahrringdicke und Durchmesser, Jahrringfläche und Kreisfläche bestimmt angegeben, sie sind so abhängig von einander, daß sich die Größe jeder dieser Größen in einem nten Jahr leicht finden läßt, wie nur die Reihe bestimmt eingehalten ist. Ist dieß der Fall, so ist das Wachsthum bestimmt, wenn eins der genannten Größen und das Alter bekannt ist, welches ihr entspricht. Ist der Durchmesser bekannt, so gibt $\frac{D}{n} = d^d$ die doppelte Jahrringstärke, ist die Durchmesserdifferenz der Grundfläche angegeben, so gibt $\frac{2g}{n^2 + n}$ die Grundflächendifferenz

$$D = 2\sqrt{\frac{g}{\pi}};\ r = \sqrt{\frac{g}{\pi}} = \sqrt{\left(\frac{n^2+n}{2}\right)\frac{d^{d2}\pi}{2}} = \frac{nd^d}{2};$$

$$d = nd^d;\ d^d = \sqrt{\frac{2g^d}{\pi}}.$$

Ist die Grundfläche eines bestimmten Alters gegeben, so kann man daraus die Grundflächendifferenz oder die Jahrringstärke finden und daraus die ferneren Grundflächen und Durchmesser entwickeln.

Wie genau die einzelnen Größen der Kreisflächen von einander abhängig sind, ergibt sich, wenn man um gleiche Durchmessertheile differirende Kreisflächen zusammenstellt. Man kann daraus durch Subtraktion eine Differenzreihe ableiten, deren Glieder nur um die konstante Grundflächendifferenz zunehmen, aus welchen sich die Reihe zusammensetzt, wie folgt:

Im Alter	10		20		30		40		50		60
D_n =	0,1		0,2		0,3		0,4		0,5		0,6
d^d =		0,01		0,01		0,01		0,01		0,01	
g_n =	0,007854		0,031416		0,070686		0,125664		0,196350		0,282744
ng^d =		0,023562		0,039270		0,054978		0,070696		0,086394	
g^d			0,015708		0,015708		0,015708		0,015708		

Die erste Differenzreihe entspricht hier der Größe der Jahrringe, die 2. Ableitung zeigt schon die konstante Grundflächendifferenz, oder den Unterschied der Jahrringe als gleichbleibend, weil man es nur mit einer Reihe 2. Grades zu thun hat. Diese Grundflächendifferenzen ergeben sich hier bis auf die 6. Dezimalstelle gleich, ein Beweis für die Richtigkeit der angegebenen Grundflächen und der Reihen. Man kann aus diesen die Durchmesserdifferenz wieder finden: $d^d = \sqrt{\frac{2g^d}{\pi}} = \sqrt{\frac{2 \,.\, 0,015708}{\pi}} = \sqrt{\frac{0,031416}{3,1416}} = 0,01.$

§ 101. Man findet selten auf den Grundflächen der Bäume das obenerwähnte Gleichbleiben der Jahrringstärken, sondern bei Saamenpflanzen vom Entstehen an immer eine Zunahme der Jahrringdicke. Man ersieht hieraus, daß der Durchmesser in der Jugend sich nicht in gemeiner Reihe vergrößert, sondern ebenfalls eine höhere Reihe einhält. Um diesem Wachsthum des Durchmessers entsprechend zu folgen, soll nun der Versuch mit höheren Reihen gemacht werden. Die zunächstliegende Reihe höherer Ordnung ist die Reihe 2. Potenz für das Wachsthum der Durchmesser, welche

wir schon auf das Höhenwachsthum angewendet haben. Der entsprechende Ausdruck dieser Reihe bei Anwendung auf das Wachsthum der Durchmesser ist $D_n = \left(\frac{n^2+n}{2}\right) d^d$. Man bestimmt nach diesem Ausdruck zuerst die Differenz, diese ist, wenn der Durchmesser in einem nten Jahr gleich D_n $d^d = \frac{2D}{n^2+n}$, damit ist die Reihe gegeben. Die zu diesem Ausdruck gehörige Reihe für die Kreisflächen erhält man, wenn man die gegebene Reihe quadrirt, denn $\frac{d^2\pi}{4} = g$; $\left(\left(\frac{n^2+n}{2}\right) d^d\right)^2 \frac{\pi}{4} = \left(\frac{n^4+2n^3+n^2}{4}\right) \frac{d^{d2}\pi}{4}$.

Eine solche Reihe in Zahlen dargestellt, zeigt folgendes Wachsthum:

1) Reihe der Durchmesser.

Im Alter	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
Durchmesser	0,6	1,8	3,6	6,0	9,0	1,26	1,68	2,16	2,70	3,30
1. Diff.-Reihe		12	18	24	30	36	42	48	54	60
Konst. Diff. $= d^d$			0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6

2) Reihe der zugehörigen Kreisflächen.

D_n	=	0,6	1,8	3,6	6,0	9,0	12,6	16,8
G_n	=	0,002827	0,025447	0,101787	0,282743	0,636173	1,246898	2,216708
1. Diff.-Reihe			0,022620	0,076340	0,180956	0,353420	0,610725	0,969810
2. Diff.-Reihe				0,053720	0,104616	0,172474	0,257295	0,359085
3. Diff.-Reihe					0,050896	0,067858	0,084821	0,101790
g^d						0,016962	0,016963	0,016969

Wir erhalten hier bei den Kreisflächen 4 abgeleitete Reihen, wie es der Potenzgrad der Reihe schon anzeigt, erst die 4. zeigt die der Reihe entsprechende konstante Grundflächen-Differenz. Diese zeigt sich bis auf 5 Dezimalstellen gleich, die 6. kann nicht gleich sein, weil die zu Grund gelegten Kreisflächen nur bis auf 6 Dezimalstellen angegeben sind. Es gibt auch nur wenige Hülfstafeln, die so weit wichtig sind.

Die erste Differenzreihe gibt die Größe der Jahrringe an, um welche die Kreisfläche zunimmt, die 2. Differenzreihe zeigt den Unterschied der Jahrringe, diese Unterschiede sind sich hier noch nicht gleich, sondern es ergibt sich in der 3. Differenzreihe noch ein Unterschied dieser Jahrring-Differenzen, und diese zeigen in der 4. Differenzreihe noch einen weitern, aber sich gleichbleibenden Unterschied. Die 4. Differenzen sind die für diese Reihe anwendbaren konstanten Grundflächendifferenzen. Man kommt hierbei erst nach

4 Ableitungen auf die gemeine Reihe, welche die Grundlage derselben bildet.

§ 102. Das Wachsthum der Kreisflächen und der Durchmesser nach den angegebenen Reihen ist in Fig. 16 versinnlicht. Die Jahrringstärke wächst hier wie das 1, 2, 3, 4fache der Durchmesserdifferenz, und die Kreisfläche dabei in 4. Potenz; die Jahrringe wachsen also noch an Fläche wie n^3 mal die Differenz der Kreisflächen, welche nach § 99 gleich $\frac{{d^d}^2\pi}{2}$ ist, d^d ist aber hier $= \frac{2D}{n^2+n}$. Wie sich bei dieser Reihe diese Kreisflächendifferenzen anhäufen, läßt sich sehr gut aus Fig. 5 entnehmen. Diese stellt die angegebene Reihe vor, wenn man den 1. Ring, dann den 2. und 3., dann den 4., 5. und 6., dann den 7., 8., 9. und 10. Ring zusammenfaßt, und als 1., 2., 3., 4. Jahrring gelten läßt. Es ergibt sich dann für die Kreisflächendifferenzen folgende Reihe in den Jahrringen:

Jahrring	1		2		3		4		5		6		7		8
Reihe für dieselben	1		5		15		34		65		111		175		250
1. Diff.-Reihe		4		10		19		31		46		64		85	
2. Diff.-Reihe			6		9		12		15		18		21		
3. Diff.-Reihe				3		3		3		3		3			

Man erhält durch diese Reihe außerordentlich schnell eine unnatürliche Stärke der Jahrringe, und erkennt daraus die Unmöglichkeit eines andauernden so starken Wachsthum, man kann sich höchstens 3, 4 Jahre ein so starkes Wachsthum vorstellen. Schon bei Verfolgung dieser Reihen, dem Durchmesser der Kreisfläche oder der Jahrringstärke nach, sieht man, daß die Reihen zu hoch stehen, daß Baumgrundflächen dieser Reihe nicht folgen können, diese müssen also selbst von Jugend an in einer Reihe niederer Potenz wachsen; es führt dieß zur Anwendung der Reihe 3. Poten, indem sich die Reihe 2. Potenz schon für das Grundflächenwachsthum zu niederstehend zeigte, weil gleichdicke Jahrringe dem Jugendkräftigen Wachsthum des Baumes ebenfalls nicht entsprechen.

§ 103. Die Einhaltung der Reihe 3. Potenz bei dem Wachsthum der Grundflächen bedingt für den Durchmesser ein Wachsthum wie $\sqrt{n^3} = n\sqrt{n} = n^{3/2}$; dieses wird also durch einen Bruch-

potenzgrad bestimmt; dabei nimmt die Jahrringstärke immer zu, sie wächst wie $n^{1/2}$, es erweitert sich der Umfang der äußeren oder älteren Jahrringe wie $n^{3/2}$, die Fläche der Jahrringe wächst also wie $n \frac{2d^{d^2}\pi}{2} = n^{3/2}d^{d}\pi \;.\; n^{1/2} \frac{d^{d}}{2}$.

Eine solche Reihe für die Durchmesser ist folgende:

Im Alter	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120
d_n	3,162	8,943	16,432	25,298	35,355	46,476	58,566	71,554	85,381	100	115,369	131,453
1. Diff.=R.		5,781	7,489	8,866	10,057	11,121	12,090	12,988	13,827	14,619	15,369	16,084
2. Diff.=R.			1,708	1,377	1,191	1,064	0,969	0,898	0,839	0,792	0750	0,715
3. Diff.=R.				0,331	0,286	0,127	0,095	0,071	0,059	0,047	0,042	0,035

Figur 17 zeigt das Wachsthum nach dieser Reihe.

Schon die Betrachtung des Verhaltens der Kreisflächen und der Jahrringstärken zeigt die Uebereinstimmung dieser Reihe mit dem Grundflächenwachsthum in der Jugend, wie dieß bei Saamenpflanzen vorkommt. Je nachdem man eine größere oder kleinere Differenz anwendet, kommen die Jahrringe schneller oder langsamer zu größerer Stärke, das entsprechende und bestimmende liegt aber im Reihengang, in dem allmähligen und doch nachlassenden Anwachsen der Jahrringstärken zeigt sich eine so natürliche Uebereinstimmung mit dem Verhalten der Jahrringflächen von Jugend an, daß sie nicht verkannt werden kann.

Da die Summe der Jahrringe immer eine Kreisfläche bilden muß, so kann der Reihe nur folgender Ausdruck entsprechen: Da die Fläche jedes Jahrringes wie $\left(\frac{n^2+n}{2}\right)\frac{d^{d^2}\pi}{2}$ zuwächst, so ergibt sich die Grundfläche, wenn man diese Reihe summirt. Die Summe dieser Reihe ist nach § 20

$$= \left(\frac{n^3+3\,n^2+2\,n}{6}\right)\frac{d^{d^2}\pi}{2} = \left(\frac{n^3+3\,n^2+2\,n}{6}\right)g^{d} = G_n.$$

Die Flächendifferenz zu dieser Reihe ergibt sich aus der Grundfläche von n Jahrringen $= g_n$ durch Division wie folgt: $g^{d} = \frac{6g_n}{n^3+3\,n^2+2\,n}$. Verbindet man mit dem obigen Ausdruck diese Differenz, so kann man für all die Jahre die Grundfläche bestimmen, in welchen das Wachsthum diese Reihe enthält. Nach dieser Reihe wachsen die Grundflächen der Bäume, jedoch nur in der Jugend, im Jünglingsalter bleibt das Wachsthum schon hinter dieser Reihe zurück, die Anwendbarkeit dieser Reihe beschränkt sich

daher in ähnlicher Weise auf diese Zeit, wie dieß auch beim Höhenwachsthum mit der Reihe $\left(\frac{n^2+n}{2}\right)h^d$ der Fall ist.

Bei der Bestimmung des Baumwachsthums ist die Erforschung des Reihengrades, nach welchem eine Baumgröße ihr Wachsthum einleitet, von höchster Wichtigkeit, indem durch sie der allgemein eingehaltene Gang und der ganze Fortschritt angegeben ist, alle später erfolgenden natürlichen Abweichungen stehen in einem Verhältniß zu diesem jugendlichen Aufschwunge, und können nur in einem Zurückbleiben von ersterem bestehen, indem die Lebenskräfte mit dem Alter nur nachlassen können.

§ 104. In ähnlichem Verhältniß wie bei dem Höhenwachsthum tritt also auch bei dem Grundflächenwachsthum in höherem Alter ein Nachlassen ein. So nimmt schon im Jünglingsalter die Jahrringstärke auf den Grundflächen nicht mehr so stark wie früher zu, bleibt sich im Mannesalter schon mehr gleich, und zeigt sich schwächer, wie dem Greisenalter näher gerückt wird, sie sinkt im höchsten Alter bis auf ein Minimum herunter, worauf der Baum dann abstirbt. Die Jahrringstärke kann jedoch nie, wie die Höhenwüchse, auf Null herunter sinken, denn so lange der Baum lebt, wächst er, das ist, er legt einen Jahrring auf. Es sinkt jedoch bei dem Nachlassen die Jahrringfläche nicht auf die Größe zurück, welche sie in der Jugend hatte, sondern die erlangte größte Fläche wird meist behauptet. Wenn die Jahrringfläche der Jugend wie $\frac{n^2+n}{2}$ zugenommen hat, so nimmt sie mit dem Gleichdickbleiben nur wie die Jahre zu, also in noch geringerem Grade wie die Jahrringstärke abnimmt, es nimmt dann die Jahrringfläche nur wenig oder nicht mehr zu, aber nur selten und nur wenig ab.

Einen sehr hohen Grad der Abnahme hat das Grundflächenwachsthum schon erreicht, wenn einmal die Jahrringe eine gleiche Fläche behalten; dann nimmt die Grundfläche nur noch in gemeiner Reihe zu, die Jahrringfläche zeigt sich dann als die gleichbleibende Differenz der Grundflächen. Es verhält sich dann das Wachsthum der Durchmesser $d_n = 2\sqrt{\frac{ng^d}{\pi}}$, wie die Wurzel der Jahre,

die Stärke der Jahrringe nimmt dann ab, durchschnittlich $= \frac{\sqrt{n}}{n} \cdot = \left(\frac{n^{1/2}}{n}\right) d^d$, in einem besondern Jahr $= n^{1/2} - (n-1)^{1/2} \,.\, d^d$.

Es ergibt sich dadurch folgende Reihe für die Durchmesser:

n =	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Durchmesser =	1	1,4142	1,7320	2	2,2360	2,4495	2,6457	2,8482	3	3,1623
Jahrringstärke	0,4142	0,3178	0,2680	0,2360	0,2135	0,1962	0,1827	0,1716	0,1623	
n =	100	110	120	130	140	150	160	170	180	190
d_n =	10,	10,4881	10,9546	11,4018	11,8324	12,2475	12,6491	13,0384	13,4164	13,7840
Jahrringstärke =	0,4880	4665	4472	4306	4151	4016	3893	3780	3680	

Figur 18 stellt diesen Grad der Abnahme des Wachsthums der Grundfläche und Jahrringstärke vor. Man sieht hier die Jahrringstärke schon bald auf eine Größe heruntersinken, welche dem Baume nur noch eine kümmerliche Existenz gestatten kann. Ein stärkerer Grad ist daher nur denkbar, in der Zeit, wo der Baum schon theilweise abstirbt, und seinem Tode zueilt, kann daher nur von kürzerer Dauer sein.

Dieser Abnahmegrad ist schwächer als der dazugehörige der jährlichen Höhenwüchse. Das Höhenwachsthum hebt sich aber auch in der Jugend in einem stärkeren Reihengrade, denn die Reihe der jährlichen Höhenwüchse ist $= nh^d$, die der Jahrringstärken $= n^{1/2}\, h^d$, die der Baumhöhen $= n^2 h^d$, die der Durchmesser $= n^{3/2} d$, weniger ungleich wachsen beide im Jünglingsalter, im Mannesalter aber wird das Wachsthum der Jahrringstärken und der Durchmesser relativ bedeutender als das der Höhen, indem die Jahrringstärken sich hier noch ziemlich gleich bleiben, die Höhenwüchse aber abnehmen, so daß die Baumhöhen sich etwa wie $n^{1/2}\, h^d$ verhalten, im Greisenalter fehlt endlich der Höhenwuchs, während der Durchmesser immer noch wie $n^{1/2}\, d^d$ zuwächst.

§ 105. Es ergibt sich so für die Jugend des Baumes ein Wachsthum seiner Grundflächen wie n^3, in das Jünglingsalter fällt der Uebergang von n^3 zu n^2, so daß der letztere Grad erst mit Anfang des Mannesalters erreicht wird. Im Jünglingsalter erfolgt der größte Zuwachs dem Durchmesser nach, die Grundfläche selbst jedoch erleidet ihre bedeutendste Vergrößerung im Mannesalter, meist am Ende dieser Periode erlangt der Jahrring auf der Grundfläche seine größte Fläche, diese wird dann längere Zeit beibehalten, bis auch sie sich mindert und das Absterben beginnt. Im

Mannesalter des Baumes erscheinen die Jahrringe die längste Zeit gleich dick, erst gegen Ende der Periode macht sich eine Abnahme bemerklich, worauf der Baum ins Greisenalter eintritt, indem die Jahrringflächen selten noch zunehmen.

Man findet selten solche Grundflächen, worauf durch die Jahrringe ganz regelmäßig diese verschiedenen Grade und Uebergänge verzeichnet sind. Am Allgemeinsten ist die Zunahme der Jahrringstärken in der Jugend bei Bäumen, die aus Saamen entstanden sind, zu erkennen. Ein Schwanken zeigt sich oft in den folgenden Perioden, die Jahrringe sind hier oft eine Reihe von Jahren einmal schwächer dann wieder stärker, so daß die angegebenen Reihen nur durchschnittlich, oft auch nicht eingehalten scheinen.

Diese Schwankungen werden vorzüglich veranlaßt durch die Uebergänge vom überschirmten Stand zum freien Stand, vom beengenden Schluß zum räumlichen Wachsen oder freiem Leben. Am stärksten sind deßhalb die Schwankungen, welche die Grundflächen des Oberholzes in Mittelwaldungen zeigen. Die Jugend wird hier meist im überschirmten Stand zugebracht, wo dünnere Jahrringe aufgelegt werden, mit der Ueberhaltung als Oberholz kommen sie auf einmal zu freier Stellung, und damit sogleich zur Auflegung von dickeren Jahrringen. Diese freiere Stellung kann jedoch diesen Bäumen durch benachbarte höhere Oberhölzer theilweise wieder geraubt werden, dadurch können die Jahrringe wieder schwächer werden, dieß ändert sich wieder bei abermaligem Ueberhalten, die beengenden Stämme werden theilweise oder alle entfernt, und so der Wachsraum wieder erweitert. In Hochwaldungen sind solche Aenderungen seltner und weniger bedeutend, das Grundflächenwachsthum regelmäßiger. Auf die Jahrringstärke wird nebst dem noch eingewirkt durch Spätfröste, Raupenfraß ꝛc., durch starkes Saamentragen, durch Streurechen. Durch letztere wird besonders der Abnahmegrad verfrüht und verstärkt, das Leben des Baumes verkürzt. Ein früherer und starker Rückgang der hiedurch einmal eingetreten, ist selten mehr zu ändern.

Die Jahrringstärke ist sich auch auf den verschiedenen Seiten des Baumes selten gleich, der Kern des Baumes liegt nicht oft in der Mitte der Fläche, und eine Abweichung von der Kreisfläche ist häufig, man muß deßhalb schon hier ein durchschnittliches Verhalten aufsuchen.

§ 106. Der allgemeine Gang des Wachsthums der Grundflächen läßt sich ähnlich, wie es beim Wachsthum der Baumhöhen geschehen ist, durch eine entsprechende Reihe angeben. Da die entsprechende Reihe für die Jugend nach § 103 eine 3. Potenz ist, so ist der allgemeine Ausdruck für diese Periode

$$gn = \left(\frac{n^3 + 3\,n^2 + 2\,n}{6}\right) g^d.$$

Das mit dem Jünglingsalter schon eintretende Nachlassen im Wachsen ergibt sich, wenn wir dieselbe Reihe vom Kulminationspunkt an, und zwar im Verhältniß von $^5/_4$ der erstern Reihe entgegenstellen. Für die späteren Jahren wird daher die Grundfläche

$$g_n = \left[\frac{n^3 + 3\,n^2 + 2\,n}{6} - {}^5/_4 \left(\frac{m^3 + 3\,m^2 + 2\,m}{6}\right)\right] g^d.$$

Die Verhältnißzahl $^5/_4$ zeigt durch ihr Wiederauftreten die Gleichheit des Nachlassens beim Grundflächen- wie beim Höhenwachsthum an; andere Verhältnisse zeigen sich auch hier nicht entsprechend. Dieses Rückgangsverhältniß ergibt sich auch bei allen Holzarten gleich, sie mögen ein schnelleres oder langsameres Wachsthum haben, nur durch krankhafte Anfälle wird es verstärkt.

Um nach diesem Ausdrucke das Wachsthum der Grundflächen unserer Waldbäume zu verfolgen, hat man noch folgende Untersuchungen anzustellen:

1) Man muß den Kulminationspunkt = c, oder das Jahr, wo die mindernde Reihe m in Wirksamkeit zu treten hat, bestimmen. Da dieß in demselben Jahr eintritt wie beim Höhenwuchs, so gibt uns dieser hiezu einen Anhalt; es ist nöthig, daß man das Höhenwachsthum hierbei zu Rathe zieht, weil im Grundflächenwachsthum der Wendepunkt kaum sichtlich, und schwer zu bestimmen ist. Beim Höhenwachsthum ergab sich der Wendepunkt nach § 86, 87 je nach der Schnellwüchsigkeit der Holzart im 15ten — 20ten — 40ten Jahre. Bei diesem Wachsthum erhalten wir für die Baumhöhe dieselbe Reihe wie für die Jahrringfläche; der Jahrring hat seine größte Fläche, wie die Baumhöhe am größten ist, vergrößert sich von Jugend an wie diese, und bleibt sich mit der Baumhöhe auch meist erst gleich.

2) Die Differenz der Reihe bestimmt man, wenn man das dem Alter einer Grundfläche entsprechende Reihenglied entwickelt,

und in die bereits erlangte Grundfläche hiermit dividirt; wenn der Kulminationspunkt festgestellt ist, ist das allgemeine Reihenglied leicht zu bestimmen, die Differenz ist dann das bestimmendste und wichtigste Glied für das Wachsthum; bei derselben Holzart und Lage ergibt sie sich im Verhältniß wie die Bodenkräfte wirksam waren, außerdem zeigt sie das eigenthümliche Zuwachsvermögen der Holzarten und des Standorts vereint an.

§ 107. Hierbei bleibt sich das Wachsthum aller Grundflächen einander ähnlich, indem der Reihengrad für das jugendliche Wachsthum und der folgende Abnahmegrad sich immer gleich bleiben. Abweichungen kommen nur vor, wo die gesunde Entwicklung der Pflanze gestört wird, wie durch Insektenbeschädigungen, Streurechen, durchs Ueberwachsen 2c. Der Unterschied des gesunden Wachsthums liegt daher nur im verschiedenen Eintritt des Kulminationspunktes und in der Differenz der Reihe.

Die beigeschlossenen Reihen der Grundflächen sind nach dem gegebenen Ausdrucke entwickelt und zerfallen je nach dem Eintritt des Kulminationspunktes in 3 Klassen:

I. für die schnellwüchsigen Holzarten mit dem Kulminationspunkt im 15ten Jahr für Sahlweiden, Aspen passend;

II. für die mittelwüchsigen Holzarten mit dem Kulminationspunkt im 20ten Jahr, mehr den Kiefern, Lerchen, Heinbuchen entsprechend;

III. für die langsamwüchsigen Holzarten mit dem Kulminationspunkt im 30ten Jahr, mehr für Fichten, Tannen, Buchen, Eichen passend. Für die meisten Gegenden sind diese 3 Klassen ausreichend, außerdem kann man sich nach der gegebenen Anleitung noch mehr Zwischenklassen bilden und den Kulminationspunkt bis auf das 40te Jahr verschieben.

In den gegebenen Klassen liegt der Unterschied des Wachsthums nur in der Differenz; die besondern Reihen zeigen, wie groß der Einfluß der Differenz ist. Verschiebt man den Kulminationspunkt nur um 1—2 Jahre, so verändert sich die Reihe so wenig, und nur in den höheren Altern, daß die Aenderung bedeutungslos wird, besonders, da wir doch nur dem durchschnittlichen Zuwachsgange folgen können. Bei derselben Holzart liegt so der Unter-

schied im Wachsthum vorzüglich in der Differenz der Reihe, indem jede andere Einwirkung in der Wirkung der Differenz verschwindet. Wir brauchen hier erst eine solche Veränderung in der Reihe zu beachten, welche 4—5 Jahre im Kulminationspunkt beträgt, was nur bei bedeutender Verschiedenheit der klimatischen Verhältnisse vorkommt, und wie es nur bei einer Versetzung zu derselben Holzart von der Ebene auf das Hochgebirge anzutreffen ist.

Stockausschlage weichen von diesen Reihen in der Art ab, daß hier die Jahrringe gleich in den ersten Jahren so vollkräftig angesetzt werden, daß in den folgenden Jahren die Jahrringdicke nicht mehr zunimmt, die Durchmesser wachsen daher eine Zeit lang in gemeiner Reihe, dem Alter nach nimmt aber auch die Jahrringstärke früher ab, als bei Saamenpflanzen derselben Holzart, aber in einem ähnlichen Verhältniß, das ist relativ langsamer als die Höhenwüchse. Die Jahrringfläche wächst daher nie stärker wie ng^d, die Grundfläche wie $\left(\frac{n^2+n}{2}\right)g^d$, später bleibt die Jahrringfläche sich gleich und die Grundfläche wächst wie ng^d, der Durchmesser wie $\sqrt{ng^d} = n^{1/2}\, d^d$.

Reihen für das Wachsthum der Grundflächen.

I. Klasse c = 15.

Im Alter =	10	20	30	40	50	60
$\frac{n^3 + 3n^2 + n}{2}$	220	1540	4960	11480	22100	37820
$-\frac{5}{4}\,\frac{m^3 + 3m^2 + 2m}{6}$		43,75	850	3656,25	97125	2026875
gn. Diff. = 0,1	0,0022	0,0914962	0,04110	0,0782375	0,123875	0,1755125
dn	0,53	1,38	2,29	3,16	3,97	4,72
gn 0,15	0,0033	0,02244	0,06165	0,117356	0,18581	0,263268
dn	0,65	1,69	2,8	3,87	4,86	5,79
2	0,0044	0,02992	0,08220	8,156475	0,25775	0,351025
	0,75	1,95	3,24	4,46	5,73	6,69
2,5	0,0055	0,037406	0,10270	0,19559	0,30968	0,43878
	0,84	2,18	3,61	4,99	6,26	7,48
3	0,0066	0,04488	0,12330	0,23471	0,37162	0,62653
	0,92	2,39	3,96	5,46	6,89	8,22
3,5	0,0077	0,05236	0,14380	0,27383	0,43356	0,61429
	0,99	2,58	4,28	5,9	7,41	8,85
4	0,0088	0,05985	0,16440	0,31295	0,51550	0,70205
	1,06	2,75	4,57	6,32	8,12	9,42
4,5	0,0099	0,06733	0,18495	0,35206	0,55743	0,78980
	1,12	2,93	4,85	6,7	8,43	10,0
5	0,0110	0,07481	0,20550	0,39118	0,61937	0,87756
	1,19	3,08	5,11	7,09	8,89	10,5
5,5	0,0121	0,08229	0,22605	0,42029	0,68130	0,96531
	1,24	3,24	5,37	7,35	9,31	11,1
6	0,0132	0,08977	0,24660	0,46942	0,74325	1,05307
	1,3	3,38	6,50	7,74	9,74	11,6
6,5	0,0143	0,09725	0,26715	0,50853	0,80418	1,14083
	1,35	3,52	5,83	8,05	10,13	12,1
7	0,0154	0,10473	0,28760	0,54766	0,86712	1,22858
	1,4	3,65	6	8,35	10,57	12,5
8	0,0176	0,11970	0,32880	0,62590	1,03100	1,40410
	1,5	3,91	6,45	8,94	11,48	13,4
9	0,0198	0,13466	0,36990	0,704137	1,11487	1,57961
	1,59	4,13	6,87	9,49	11,92	14,1

I. Klasse c = 15.

Im Alter =	70	80	90	100	110	120
$\frac{n^3 + 3n^2 + 2n}{6}$	59640	88560	125580	171700	227920	295240
$- {}^3/_4 \frac{m^3+3m^2+2m}{6}$	36575	5988125	914375	13249375	184300	248106
gn . Diff. =0,1	0,23065	0,286787	0,341425	0,3920625	0,43620	0,47134
dn	5,42	6,04	6,59	7,07	7,45	7,74
gn 0,15	0,34597	0,430181	0,512137	0,588093	0,65430	0,70701
dn	6,63	7,40	8,12	8,68	9,12	9,5
2	0,46130	0,573575	0,68285	0,784125	0,87240	0,94268
	7,75	8,56	9,34	10,0	10,5	10,9
2,5	0,57662	0,716968	0,85356	0,980156	1,09050	1,17835
	8,58	9,58	10,4	11,2	11,8	12,25
3	0,69195	0,86036	1,02427	1,176187	1,30860	1,41402
	9,39	10,5	11,4	11,9	12,9	13,4
3,5	0,80727	1,00375	1,19498	1,34222	1,52670	1,64969
	10,1	11,3	12,3	13,1	13,9	14,5
4	0,92260	1,14715	1,36570	1,56825	1,74480	1,88436
	10,8	11,9	13,2	14,1	14,9	15,5
4,5	1,03792	1,29054	1,53641	1,76428	1,96290	2,12103
	11,5	12,8	14,0	15,0	15,8	16,4
5	1,15325	1,43395	1,707125	1,96031	2,18100	2,35670
	12,1	13,5	14,7	15,8	16,6	17,3
5,5	1,26857	1,57733	1,87783	2,15634	2,39910	2,59480
	12,7	14,2	15,4	16,6	17,4	18,
6	1,38390	1,72072	2,04855	2,35237	2,61720	2,82804
	13,3	14,8	16,1	17,3	18,25	18,9
6,5	1,49922	1,86411	2,21926	2,54840	2,83530	3,06371
	13,8	15,4	16,8	18,0	19,	19,75
7	1,61454	2,00750	2,38996	2,68444	30,5340	3,29938
	13,8	16,0	17,4	18,5	19,7	20,4
8	1,84520	2,29430	2,73140	3,13650	4,59960	3,76872
	15,3	17,1	18,7	19,9	21,4	21,9
9	2,07585	2,58108	3,07282	3,52856	3,92580	4,24206
	16,1	18,1	19,8	21,2	22,3;	23,24

II. Klasse c = 20.

Im Alter =		10	20	30	40	50	60
n^3 etc.		220	1540	4960	11480	22100	37820
— $^5/_4$ m^3				275	1925	6200	14350
g_n Diff.	1,	0,0022	0,01540	0,04685	0,09555	0,15900	0,2347
d_n		0,53	1,40	2,44	3,48	4,50	5,47
g_n	1,5	0,0033	0,02310	0,07027	0,14332	0,23850	0,35205
g^n		0,65	1,71	2,99	4,27	5,51	6,71
	2	0,0044	0,03080	0,09370	0,19110	0,31800	0,46940
		0,75	1,98	3,45	4,94	6,35	7,74
	2,5	0,0055	0,03850	0,11710	0,23887	0,39750	0,68670
		0,84	2,21	3,86	5,51	7,13	9,37
	3	0,0066	0,04620	0,14055	0,28665	0,47700	0,70410
		0,92	2,42	4,23	6,03	7,80	9,46
	3,5	0,0077	0,05390	0,16397	0,33442	0,55650	0,82145
		0,99	2,62	4,56	6,52	8,42	10,2
	4	0,0088	0,06160	0,18740	0'38220	0,63600	0,93880
		1,06	2,80	4,88	6,98	9,00	10,9
	4,5	0,0099	0,06930	0,21082	0,42997	0,71550	1,05615
		1,12	2,97	5,18	7,40	9,57	11,6
	5	0,0110	0,07700	0,23425	0,47775	0,79500	1,17350
		1,19	3,13	5,46	7,80	10,09	12,2

Im Alter =		70	80	90	100	110	120
n^3 etc.		59640	88560	12558	171700	227920	295240
— $^5/_4$ m^3 etc.		27625	47275	7455	110700	156075	214625
g_n Diff.	1,	0,32015	0,41285	0.51030	0,61000	0,70945	0,80615
d_n		6,39	7,25	8,04	8,81	9,50	10,13
	1,5	0,48022	0,61927	0,76545	0,91500	1,06417	2,20922
		7,88	8,88	9,93	10,8	11,65	12,4
	2	0,64030	0,82570	1,02060	1,22000	1,41890	1,61230
		9,6	10,2	11,4	12,5	13,4	14,3
	2,5	0,80030	1,03212	1,27570	1,52500	1,77362	2,01537
		10,1	11,5	12,7	13,9	15,0	16,0
	3	0,96045	1,23855	1,53090	1,83000	2,12853	2,41845
		11,1	12,5	13,9	15,3	16,4	17,6
	3,5	1,12052	1,44497	1,78600	2,13500	2,48307	2,82152
		11,9	13,5	15,1	16,5	17,8	18,9
	4	1,28060	1,6514	2,04120	2,44000	2,83780	3,22460
		12,7	14,5	16,1	17,6	19,0	20,25
	4,5	1,44060	1,85782	2,29635	2,74500	3,19250	3,62767
		13,6	14,5	17,1	18,7	20,1	21,5
	5	1,60075	2,06425	2,55150	3,05000	3,54725	4,03075
		14,3	16,2	18,0	19,7	21,25	22,7

II. Klasse c = 20.

Im Alter =		130	140	150	160	170	180
n^3 etc.		374660	467180	573800	695520	833340	988260
— $^5/_4$ m^3 etc.		284900	369050	468325	583975	717250	869400
g_n Diff.	1,	0,89760	0,98130	1,05475	1,11545	1,16090	1,18860
d_n		10,7	11,2	11,6	11,9	12,1	12,3
	1,5	1,34640	1,47195	1,58212	1,67317	1,74135	1,78290
		13,1	13,7	14,2	14,6	14,9	15,1
	2	1,79520	1,96260	2,10950	2,23090	2,32180	2,37720
		15,1	15,8	16,4	16,9	17,2	17,4
	2,5	2,24400	2,45325	2,63687	2,78862	2,90225	2,97150
		16,9	17,7	18,3	18,8	19,2	19,4
	3	2,69280	2,94390	3,16425	3,34635	3,48270	3,56580
		18,5	19,3	20,1	20,6	21,0	21,3
	3,5	3,59040	3,92520	4,21900	4,46180	4,64360	4,75440
		20,0	20,9	21,7	22,3	22,75	23,0
	4	3,59020	3,92520	4,21900	4,46180	4,64360	4,75440
		21,4	23,3	23,2	23,8	24,3	24,6
	4,5	4,03920	4,31585	4,74637	5,01952	5,22405	5,34870
		22,7	23,4	24,6	25,3	25,8	26,1
	5	4,48800	4,90650	4,27375	5,57725	5,80450	5,94300
		23,9	25,0	25,0	26,6	27,2	27,5

III. Klasse c = 30.

Im Alter =		10	20	30	40	50	60
g_n Diff.	=0,8	0,00176	0,01232	0,03964	0,08964	0,16140	0,25296
d_n		0,474	1,26	2,24	3,37	4,53	6,57
g_n	0,9	0,00198	0,01386	0,04464	0,100845	0,18157	0,28458
d_n		0,502	1,33	2,38	3,58	4,81	6,02
	1,	0,00220	0,01540	0,04960	0,11205	0,20175	0,31620
		0,53	1,40	2,51	3,78	5,07	6,35
	1,1	0,00242	0,01694	0,05456	0,12325	0,22192	0,34782
		0,556	1,47	2,63	3,96	5,31	6,65
	1,2	0,00264	0,01848	0,05952	0,13445	0,24209	0,37944
		0,58	1,53	2,75	4,14	5,55	6,96
	1,3	0,0028	0,02000	0,06448	0,14566	0,26227	0,41100
		0,59	1,6	2,86	4,31	5,78	7,24
	1,5	0,00330	0,0232	0,0744	0,16807	0,30262	0,4743
		0,65	1,72	2,93	4,62	6,21	7,77
	1,8	0,09396	0,02772	0,08824	0,20165	0,36315	0,36916
		0,71	18,8	3,35	5,07	6,80	8,51
	2,	0,0044	0,0308	0,0992	0,2241	0,4035	0,6324
		0,75	1,98	3,55	5,34	7,15	8,91
	2,5	0,0055	0,0386	0,1240	0,28012	0,50437	0,7805
		0,84	2,22	3,97	5,98	8,01	9,92
	3,	0,0066	0,0462	0,1488	0'33615	0,60525	0,9486
		0,92	2,42	4,35	6,54	8,78	10,9

III. Klasse c = 30.

Im Alter =		70	80	90	100	110	120
g_n Diff.=	0,8	0,36232	0,48747	0,62644	0,77720	0,93776	1,10612
d_n		6,78	7,85	8,93	9,91	10,9	11,9
g_n	0,9	0,40761	0,54841	0,70474	0,87435	1,05498	1,24447
d_n		7,21	8.33	9,47	10,5	11,6	12,6
	1,	0,45290	0,60935	0,78305	0,97150	1,17220	1,38265
		7,56	8,81	10,0	11,1	12,2	13,3
	1,1	0,49819	0,67028	0,86135	1,06865	1,28942	1,52091
		7,97	9,24	10,5	11,7	12,8	13,6
	1,2	0,54348	0,73121	9,93965	1,16580	1,40664	1,65917
		8,32	9,68	10,9	12,2	13,4	14,5
	1,3	0,5887	0,76215	1,01796	1,26295	1,52380	1,79740
		8,66	10,1	11,4	12,7	13,9	15,1
	1,5	0,6793	0,91402	1,1745	1,45720	1,75830	2,07390
		9,3	10,8	12,2	13,6	14,9	16,25
	1,8	0,71522	0,09683	1,40949	1,74870	2,10996	2,48877
		9,55	11,8	13,4	14,9	16,4	17,8
	2,	0,9058	1,2187	1,5661	1,9430	2,3444	2,7653
		10,7	11,97	14,1	15,7	17,2	18,75
	2,5	1,1322	1,52337	1,95755	2,4287	2,9305	3,40655
		12,0	13,9	15,8	17,6	19,3	20,8
	3	1,3567	1,82805	2,34915	2,9145	3,51666	4,14795
		13,2	15,2	17,3	19,2	21,1	2,3

Im Alter =		130	140	160	180	200
g_n Diff.=	0,8	1,28038	1,45824	1,81756	2,16808	2,49380
d_n		12,8	13,6	15,2	16,6	17,8
g_n	0,9	1,44031	1,64052	2,04475	2,43909	2,70552
d_n		13,5	14,4	16,1	17,6	18,5
	1,	1,60035	1,82280	2,27195	2,71010	3,11725
		14,3	15,2	17,0	18,6	19,9
	1,1	1,76038	2,00508	2,49914	2,68111	3,42897
		15,0	16,0	17,8	19,5	20,9
	1,2	1,92041	2,18736	2,72633	3,25212	3,74069
		15,6	16,6	18,6	20,4	21,8
	1,3	2,08044	2,36964	2,95352	3,52313	4,05241
		16,3	17,3	19,4	21,2	22,7
	1,5	2,40050	2,73420	3,35790	4,06510	4,67580
		17,5	18,6	20,7	22,7	24,4
	1,8	2,88060	3,28100	4,08950	4,87818	5,61105
		19,1	20,4	22,8	24,9	26,7
	2,	3,2007	3,64562	4,5439	5,4202	6,2345
		20,2	21,5	24,0	26,3	28,2
	2,5	4,00085	4,5570	5,6298	6,7752	7,79305
		22,6	24,1	26,7	29,4	31,5
	3	4,80106	5,4684	6,81585	8,1303	9,35175
		24,7	26,4	29,4	32,2	34,5

Vom Durchschnittszuwachs der Durchmesser und Grundflächen.

§ 108. Da die höchste Reihe, in welcher der Durchesser wächst, $= n^{3/2}$ ist, und die Jahrringstärke sich dabei nur wie $n^{1/2}$ verändert, so folgt, daß die Durchschnittsvergrößerung des Durchmessers $= D : n$ die durchschnittliche doppelte Jahrringstärke, nie bedeutend von der wirklichen Vergrößerung abweichen kann. Dieß wird um so weniger der Fall sein, wenn der Baum, von dem man die Durchschnittsvergrößerung bestimmte, das Greisenalter erreicht hat, weil vom Eintritt des Mannesalters an die Jahrringstärke nicht mehr zunimmt, später abnimmt. Diese Durchschnittsgrößen zeigen sich dann nur für die ersten Jahre der Jugendzeit zu groß, im Jünglingsalter und Mannesalter zu klein, in den späteren Jahren der doppelten Jahrringstärke nahe stehend, im höhern Greisenalter zu groß. Wenn man also den Durchmesser von Bäumen nimmt, die das Jünglingsalter noch nicht überschritten haben, bekommt man Durchschnittsgrößen, welche die Jahrringstärken der ersten Jahre übertreffen, und nur den letztern entsprechen; nimmt man die Durchmesser von jugendlichen Bäumchen, so entspricht die Durchschnittsgröße den Jahrringen von weniger als mittlerem Alter, es ist dieß eine Folge des Wechsels im Reihengrad nach dem der Durchmesser sich vergrößert. Die Reihe der Durchschnittszuwachse der Durchmesser steigt bis übers Mannesalter, im Greisenalter nimmt sie erst ab.

Wegen dem nicht hohen Reihengrad, in welchem die Durchmesser wachsen, bleibt die Durchschnittsvergrößerung schon der wirklichen viel näher, als dieß bei dem durchschnittlichen Höhenzuwachs der Fall ist.

Durchschnittsgrößen für den Zuwachs der Durchmesser sind sehr oft genügend, um dem Wachsthum der Durchmesser nur im Allgemeinen zu folgen, man vereinfacht dadurch sehr die Arbeit und verkürzt die Rechnung, indem man die Anwendung von höheren Reihen entbehrlich macht.

§ 109. Nicht so nahe, wie der Jahrringstärke durch Durchschnittsgrößen aus dem Durchmesser, läßt sich der Grundflächenvergrößerung durch einfache Durchschnittsgrößen folgen, indem diese immer nach höheren Reihen wachsen.

Wenn wir eine Grundfläche durch ihr Alter theilen, so bekommen wir eine Flächengröße, welche dem Jahrring von etwas mehr als dem halben Baumalter entspricht, aber auf die erste und letzte Jahrringfläche können wir daraus nicht schließen, noch weniger auf eine künftige Jahrringfläche. Bestimmen wir aus der Durchschnittsgröße einer Grundfläche die früheren und späteren Grundflächengrößen, so begehen wir den Fehler, daß wir den ersten wie den letzten Jahrring von gleicher Fläche annehmen, in welchem Fall die Jahrringstärke sehr stark abnimmt. Dieser Fall wurde § 104 und Figur 15 dargestellt.

Der Unterschied zwischen der Durchschnittsvergrößerung der Grundfläche und der Jahrringfläche ist daher um so größer, je weiter die Grundfläche, von welcher die Durchschnittsvergrößerung genommen wurde, und der betreffende Jahrring im Alter von einander abstehen. Wurde die Durchschnittsvergrößerung von einer Grundfläche genommen, welche das Greisenalter erlangt hat, so können die Jahrringe, welche dem Mannes- und Greisenalter entsprechen, dem Durchschnittszuwachs nahe stehen, die früheren werden aber immer weiter zurückstehen, am meisten die ersten Jahrringe.

Nehmen wir die Grundfläche von einem tjährigen Baum, so ist, so lange derselbe noch nicht über das jugendliche Alter hinaus ist, die Grundfläche $= \left(\frac{t^3 + 3\,t^2 + 2\,t}{6}\right) g^d$; die Durchschnittsvergrößerung aber $= \frac{t^3 + 3\,t^2 + 2\,t}{6t} = \left(\frac{t^2 + 3\,t + 2}{6}\right) g^d$, und ist eine gleichbleibende Größe, weil t sich gleich bleibt, jeder nte Jahrring hat aber die Fläche $= \left(\frac{u^2 + n}{2}\right) g^d$. Eine Grundfläche, die n Jahrringe zählt, ist nach dem Durchschnittszuwachs $= n \left(\frac{t^2 + 3\,t + 2}{2}\right) g^d$, in Wirklichkeit aber $= \left(\frac{n^3 + 3\,n^2 + 2}{6}\right) g^d$. Ueber das Jünglingsalter hinaus ist die Reihe der Durchschnittszuwachse

$$= \left[\frac{n^2 + 3\,n + 2}{6} - {}^5/_4 \left(\frac{m^3 + 3\,m^2 + 2\,m}{6n}\right)\right] g^d.$$

Das Zurückgehen auf Durchschnittsgrößen bedeutet im Allgemeinen so viel, als die gemeine Reihe in Anwendung bringen, dieß ist aber nur thunlich bei Baumgrößen, die in nicht viel höherer

Reihe wachsen, wie bei den Jahrringstärken. Der Vergrößerung der Durchmesser mit gleichdicken Jahrringen entspricht nun nach § 100 schon eine Vergrößerung der Grundflächen, wie $\left(\frac{n^2+n}{2}\right)\frac{dd^2\pi}{2}$, es ist also ein jenem Rückschritt auf Durchschnittsgrößen des Durchmessers entsprechender Rückgang, wenn wir statt der Reihe n^3g^d die Reihe n^2g^d anwenden. Man kann so höheren Reihen durchschnittlich nur mit Reihen, die nur um einen Potenzgrad niederer stehen, folgen.

Vom Wachsthum der Schirmflächen.

§ 110. Das Wachsthum der Schirmflächen muß in so ferne dem Wachsthum der Schaftgrundflächen ähnlich sein, als beide Kreisflächen darstellen, und der Zuwachs sich ringförmig um die vorhandene Fläche legt, so daß die Schirmfläche sich ebenfalls aus Jahrringen zusammensetzt, nur daß deren Begrenzungen nicht wie auf den Grundflächen die Jahrringe sichtbar bleiben. Vergleichen wir nun das Wachsthum beider Größen mit einander: wachsen Grund- und Schirmflächen gleichmäßig, so muß die Schirmfläche immer ein gleichvielfaches der Grundflächen bleiben, die Durchmesser der Grund- und Schirmflächen müssen dann ebenfalls immer dasselbe Verhältniß zu einander behalten, es werden dann die Reihen für das Wachsthum beider Größen einander gleich, nur die Differenzen für die Schirmflächenreihen werden viel mal größer sein. Dieß kann nach § 49 nicht der Fall sein, weil die Verhältnißzahlen zwischen Grund- und Schirmflächen bei größerer Baumstärke kleiner werden. Es kann dieß nur veranlaßt werden, durch einen geringeren Grad, eine niedere Reihe, in welchen die Schirmflächen im Verhältniß zu den Grundflächen wachsen. Die Verhältnißzahlen müßten zunehmen, statt ab, wenn für die Schirmflächen eine höhere Reihe wie für die Grundflächen möglich wäre.

Wir werden so mit dem Wachsthum der Schirmflächen auf eine Reihe 2ter Potenz gewiesen, während die Grundflächen von Jugend an in 3ter Potenz anwachsen. Die Reihe 2ter Potenz für die Schirmflächen bedingt für die Jahrringe und die Durchmesser derselben ein Wachsen nach gemeiner Reihe. Daß die Durchmesser der Schirmflächen nicht ganz in derselben Reihe wachsen können wie die Baumhöhen, ergibt sich schon aus dem verschiedenen Ver-

halten einer Fläche, dann aus dem Ueberwachsen der untern Aeste der Krone von den obern, so daß ihr Längenwachsthum ein nachlassendes wird, dann aus dem Astreinwerden eines Theiles vom Baumschaft, so daß das höchste Astalter hinter dem Schaftalter immer mehr zurückbleibt, um so mehr, je stärker das Höhenwachsthum ist.

Es zeigen auch die Durchmesser der Schirmflächen von Jugend an nur ein Anwachsen wie die Reihe der Jahre, aber eine Andauer dieser Reihe bis ans Mannesalter hin, denn erst, nach dem Eintritt ins Mannesalter, wird ein Zurückbleiben von dieser Reihe merklich. Das Schirmflächenwachsthum zeigt dadurch Abhängigkeit vom Grundflächenwachsthum, denn hier steigt die Jahrringstärke noch bis ins Mannesalter, bleibt sich von hier an erst gleich, und von da an läßt das Schirmflächenwachsthum nach. Es hält sich jedoch auch hiebei die Reihe der Schirmfläche immer um einen Potenzgrad tiefer, als die Reihe der Grundflächen. Auch im höchsten Alter ist ein völliges Gleichwerden beider Reihen nicht zu erwarten, denn die Baumgrundfläche muß sich vergrößern, so lange der Baum lebt, (das Hohlwerden der Bäume kann hier nicht in Anschlag kommen,) aber die Schirmfläche wird sich gleich bleiben, nimmt selbst ab, wie der Baum sehr in Rückgang kommt, dem Ableben zueilt. Die Schirmfläche zeigt jedoch ein längeres Anwachsen als die Baumhöhe, was wohl schon im Verhältniß der Fläche zur Länge seinen Grund, aber ein kürzeres als die Grundflächen.

Bei größerer Baumstärke findet man oft dieselben Entfernungsverhältnisse eingehalten, was auf ein Gleichverhalten der Grund- und Schirmflächen in diesem Alter schließen läßt, bei näherer Betrachtung findet man jedoch, daß solche Stämme, die ihre Schirmfläche gemindert haben, sich immer sehr abhängig zeigen, und darum meist übergangen wurden, wir müssen aber das durchschnittliche Verhalten, das durchschnittliche Nachlassen mit der Lebensdauer verbunden, beachten, und können daher nicht einzelne, noch vollkommen erhaltene Kronen von besonders kräftigen alten Stämmen mit andern in eine Reihe stellen.

§ 111. Beachtet man die gewonnene Anhalte, den Reihengrad, das Anhalten, das Nachlassen, das Verhältniß zu den Grundflächen und Höhenreihen, so führt dieß auf folgendes Verhalten der Schirmflächen in den verschiedenen Lebensperioden.

Wenn der Durchmesser der Schirmfläche in gemeiner Reihe wächst, $= nd^d$, so müssen die Schirmflächen als Kreisflächen nach § 20 wie $\left(\frac{n^2+n}{2}\right)\frac{d{a^2}\pi}{2}$ wachsen. d^d bedeutet hier die Differenz der Reihe der Durchmesser der Schirmflächen und $\frac{d{a^2}\pi}{2}$ die Schirmflächendifferenz $= sf^d$.

Da die Schirmfläche bis zum Mannesalter in dieser Reihe wächst, so hat man erst von da an eine mindernde Reihe entgegenzustellen, also je nachdem die Jugend 15, 20 oder 30 Jahre währt, erst im 30., 40. oder 60. Jahr. Versucht man nun das Abnahmeverhältniß $^5/_4$, also den Ausdruck $\left[\frac{n^2+n}{2} - {}^5/_4\left(\frac{m^2+m}{2}\right)\right] sf^d$, so wird die Schirmflächenreihe länger, als man nur die durchschnittliche Lebensdauer der betreffenden Holzarten setzen kann; wollte man den Kulminationspunkt früher setzen, so würden die Schirmflächenreihen den Höhenreihen gleich und zu früh ins Nachlassen kommen, am meisten entspricht darum die Verhältnißzahl $^3/_2$, also der Ausdruck $\left(\frac{n^2+n}{2} - {}^3/_2\,\frac{m^2+m}{2}\right) sf^d$. Es wird dadurch der Schirmflächenzuwachs erst beim Eintritt ins Mannesalter geschwächt, aber die Flächenzunahme nimmt erst allmälig ab. Bei Bäumen, welche den Kulminationspunkt der Höhenwüchse im 15., 20. und 30. Jahr haben, endet das Schirmflächenwachsthum erst im 90., 120. und 170. Jahr, dauert also 15, 20 und 30 Jahre länger als das Höhenwachsthum. Bringt man diese Reihen in Verbindung mit den Grundflächen, deren Kulminationspunkte einander entsprechen und deren Differenzen im rechten Verhältniß stehen, so zeigt sich, daß sie den an sie zu stellenden Anforderungen genügend entsprechen, die § 49 gegebenen Verhälinißzahlen werden bis in ein Alter eingehalten, wo durchschnittlich eine Abnahme der Schirmflächen eintreten muß.

Die aufgefundene Abweichung des Wachsthums der Schirmfläche vom Grundflächen- und Höhenwachsthum ist wohl merkwürdig durch die Einleitung des Uebergangs vom anwachsenden Theil der Reihe zum nachlassenden, welcher ans Ende des Jünglingsalters fällt, ist sie in der Natur nicht leicht zu erkennen, aber ein anderes Verhalten scheint nicht wohl möglich. Nur in größerem Umfange angestellte Untersuchungen hierüber könnten zur Feststellung der Reihe beitragen.

Vom Wachsthum des Baumkörpers.

§ 112. Der Baum wächst, indem sich zwischen seinen Holz- und Rindenkörper jährlich eine neue Schichte einschiebt, in dem sein Gipfel, die Zweige und Wurzeln sich verlängern, deren Verzweigung zunimmt, so daß derselbe zugleich dicker und höher wird, eine größere Schirmfläche bekommt und sich in einem größern Raum verbreitet. Dicker wird der Baum so lange er nur lebt, aber die Vergrößerung der Höhen und Schirmflächen kann im höhern Alter und bei Kränklichkeit schon früher fehlen. Wie die Höhe und die Grundfläche, dann die Schirmfläche des Baumes sich vergrößern, wurde schon durchgangen, aber damit ist noch nicht das Wachsthum des ganzen Baumes erklärt, indem auch der Jahrring, der sich auflegt, nicht überall gleich dick ist und sich auch nicht in der Form in jedem Alter gleich bleibt. Es zeigen sich darum die obern Querschnitte von der Grundfläche sehr verschieden; es fehlen in den oberen Querschnitten immer die älteren Jahrringe, dann haben dieselben Jahrringe meist oben eine andere Dicke. Die Jahrringe müssen in der Verbreitung beinahe immer zunehmen, weil jeder folgende Jahrring sich über eine größere Oberfläche ausbreiten, die vorhergehenden Jahrringe einschließen muß, aber ihre Dicke muß nicht immer zunehmen, sie kann mit dem Alter und in der Höhe abnehmen. An den Zweigen vermehrt sich die Oberfläche durch Verdickung, Verlängerung und die Vermehrung der Verzweigung, aber der Jahrring ist hier meist dünner als am Schaft, die Verlängerung geringer, läßt bald nach, die Endzweige vermehren sich auch nicht an allen Aesten und wenig im höheren Alter.

Aehnlich wie an den Aesten vergrößert sich der Baum auch an den Wurzeln, aber die Verbreitung in die Tiefe ist geringer, ähnlich wie die Verlängerung des Wurzelstocks gegen den Schaft zurückbleibt. Der Zuwachs des Baumes vertheilt sich jedoch auf den Holz- und Rindenkörper, wie der Holzkörper gegen außen sich um eine Schichte vergrößert, bekommt der Schichtenkörper eine von innen. Die Verdickung der Rindenschichte steigt jedoch in niederer Reihe als die Holzschichte, der Rindenzuwachs ist unbedeutend im Verhältniß zum Zuwachs des Holzkörpers.

Verfolgt man nur das Wachsthum der Baumschäfte, so zeigt sich die Zuwachsreihe nur in den Schichten von der Form eines Hohlkegels, aus welchen sich der Baumkörper zusammensetzt, und

läßt sich erkennen aus der Vergrößerung des Baumumfanges, der Baumhöhe und der Jahrringdicke, so lange die Baumform sich gleich bleibt, aber auch diese kann sich verändern und auf die Zuwachsreihe einwirken.

§ 113. Die Reihe des Baumwachsthums ist leicht zu erhalten, wenn einmal die Reihen der Grundflächen und Höhen bestimmt sind, man multiplicirt diese mit einander und mit der der Holzart entsprechenden Reduktionszahl § 38—40, so gibt das Produkt die verlangte Reihe. Man wird also hiezu die für Grundflächen und Höhenwachsthum gefundenen Reihen gebrauchen. Man bekommt so eine Reihe von Körpern zur Vergleichung, während man es bis jetzt nur mit Längen und Flächen zu thun hatte. Die Differenzen dieser Reihen müssen daher ebenfalls Körper sein. Die erste Differenzreihe einer solchen Reihe entspricht immer einem oder mehreren Jahrringen, je nachdem die 2 Körper, deren Differenz sie entspricht, ein oder mehrere Jahre von einander abstehen. Die 2te Differenzreihe entspricht der Differenz der Jahrringe; die endlich konstanten Differenzen dieser Reihen müssen Körper sein, deren Höhe die Höhendifferenz und deren Grundfläche die Grundflächendifferenz ist; sie lassen sich durch den Ausdruck $\frac{d^d \; {}^2\pi}{2} h^d$ darstellen, und werden durch i^d = Differenz der Bauminhalte kurz bezeichnet. Es ist hierunter immer die endliche konstante Differenz verstanden; es ist nicht nöthig, hiebei immer anzugeben, durch wie viel Ableitungen diese Differenz gefunden wird, indem dies durch den Potenzgrad der damit zu verbindenden Reihe schon gesagt ist.

Die Reihe, in welcher ein Baumkörper wächst, läßt sich leicht erkennen aus den Reihen, in welchen die Grundflächen und Höhen wachsen, da deren Produkt sie bestimmt. Da das Wachsthum der Grundflächen in dem höchsten Falle die 3ter Potenz und das Wachsthum der Höhen nur diejenige 2. Potenz ist, so ist keine höhere Reihe als die 5. Potenz möglich; $n^3 g^d \,.\, n h^d \; n^2 h^d = n^5 \, g^d \, h^d$. In dieser Reihe wächst der Baumkörper durchschnittlich nach der Entwicklung aus dem Samen; sie läßt sich am einfachsten darstellen, wenn sowohl die Differenz der Höhenreihe als der Grundflächenreihe = 1 ist.

u	Höhe = $\left(\frac{n^2+n}{2}\right) h^d$	Wachsthum der Grundflächen = $\left(\frac{n^3+3n^2+2n}{6}\right) g^d$	Zilinderinhalt = $\left(\frac{n^5+4n^4+5n^3+2n}{12}\right) g^d\ h^d$	1te Differenz-Reihe.	2te Differenz-Reihe	3te Differenz-Reihe.	4te Differenz-Reihe.	5. oder konst. Differenz.
1	0,1	0,0001	0,00001					
				0,00011				
2	0,3	0,0004	0,00012		0,00037			
				0,00048		0,00055		
3	0,6	0,0010	0,00060		0,00092		0,00038	
				0,00120		0,00093		0,0001
4	1,0	0,0020	0,00200		0,00185		0,00048	
				0,00325		0,00141		0,0001
5	1,5	0,0035	0,00525		0,00326		0,00058	
				0,00651		0,00199		0,0001
6	2,1	0,0056	0,01176		0,00525		0,00068	
				0,01176		0,00267		0,0001
7	2,8	0,0084	0,02352		0,00792		0,00078	
				0,01968		0,00345		0,0001
8	3,6	0,0120	0,04320		0.01137		0,00088	
				0,03105		0,00433		0,0001
9	4,5	0,0165	0,07425		0,01570		0,00098	
				0,04675		0,00531		0,0001
10	5,5	0,0220	0,12100		0,02101		0,00108	
				0,06776		0,00631		0,0001
11	6,6	0,0286	0,18876		0,02740		0,00118	
				0,09516		0.00757		0,0001
12	7,8	0,0364	0,28392		0,03497		0,00128	
				0,13014		0,00885		0,0001
13	9,1	0,0455	0,41405		0,04382		0,00138	
				0,17395		0,01023		
14	10,5	0,0560	0,58800		0,05405			
				0,22800				
15	12,	0,0680	0,81600					

Die erste Differenzreihe entspricht hier der Reihe der Baumzuwachse und wächst in 4. Potenz, wenn der Zuwachs lange in dieser Reihe fortstiege, müßte er eine außerordentliche Größe erlangen.

§ 114. Das Wachsthum der Bäume kann nicht immer in demselben Reihengrad fortgesetzt werden, weil die Höhenwüchse mit dem Ansteigen des Alters immer weniger zunehmen, sich bald gleich bleiben und dann abnehmen, endlich sogar fehlen und die Jahrringe ebenso endlich dünner werden. Im Zusammenhange wie diese Faktoren den Potenzgrad der Reihe ändern, muß auch ihr Produkt, der Baumkörper, eine andere Reihe einschlagen. Bei dieser ständigen Veränderung des Reihengrades wird es doch noch möglich, dem Baumwachsthum richtig zu folgen, wie diese Veränderungen nur regelmäßig erfolgen, wie die Entwicklung der Bäume sich nur ähnlich bleibt. Es besteht nun wirklich eine unwandelbare Ordnung in den Folgen unter den Veränderungen, welche die Pflanzen erleiden. In dem Samen liegt das Vermögen, wie er zur Entwicklung kommt, die Ernährungsthätigkeit in der höchsten Reihe, die ihm eigen oder möglich ist, zu beginnen. Die Pflanze wird aber erst durch die erlangte Entwicklung und Größe zur Erlangung von

von größeren Resultaten befähigt, es steht daher immer das folgende im Verhältniß zum Vorhergehenden, es besteht ein Zusammenhang unter den durch die Jahre bestimmten Gliedern, von denen keines aus der vorbestimmten Reihe kommen kann, um so weniger, als das zur Erhaltung einer gewissen Baumform bestimmte mathematische Verhältniß sie in gewissen Gränzen unveränderlich festhält. Es können daher in den ersten Jahren, wo die Ernährungsthätigkeit beginnt, nur kleine Beträge erlangt werden, diese aber steigen in der angegebenen Höhenreihe bald zu beträchtlichen Größen, in diesem hohen Grade ist es jedoch dem Baum nicht lange möglich, jährlich seinen Zuwachs zu vergrößern, derselbe steigt in geringerm Grade, wie die Beträge bedeutender werden, und damit verändert sich die Reihe. In der Natur erfolgt ein Uebergang von dem jugendlichen höchsten Zuwachsgrade zu den späteren und schwächeren, jedoch so allmälig, daß man nicht sagen kann, wo eine Wendung besonders eintritt, das Nachlassen vertheilt sich durch Uebergänge in Bruchpotenzgraden auf die ganze Lebenszeit und läßt sich annähernd durch folgenden Ausdruck angeben.

$$I_n = \left(\frac{n^3}{6} g^d . \frac{n^2}{2} . h^d\right)^{-n/20} = \left(\frac{n^5}{12}\right)^{-n/20} = \frac{n^5}{12^{n/20}} \; g^d \, h^d .$$

Den Holzarten von kürzerer oder längerer Lebensdauer kann durch folgende Aenderung entsprochen werden.

$$I_n = \frac{n^5}{12^{n/30}} \text{ oder } \frac{n^5}{12^{n/15}} .$$

Die Zahlen 15, 20, 30 bezeichnen hier die Jahre, welche verfließen, bis der Potenzgrad der Zuwachsreihe sich um 1 ändert, entsprechen also der Periodenlänge § 78, 85, 86, 104.

Durch folgende Darstellung der Zuwachsreihe werden die Uebergänge zu niederen Reihengraden nicht unrichtig bezeichnet, aber die späteren und niederen Zuwachsgrade werden immer von längerer und zu langer Dauer. $In = \left(\frac{u^3}{6} g^d \frac{n^2}{2} . h^d\right)^{-n^{1/3}} = \frac{n^5}{12^{n^{1/3}}}$.

Da die dritte Wurzel aus 125 = 5 ist, so könnte dieser Ausdruck Holzarten von solcher Lebensdauer entsprechen. Bei längerer Lebensdauer würde man also $\frac{n^5}{12^{n^{1/4}}}$ oder noch zwischen diesen Ausdrücken liegende wählen müssen.

Es gibt so eigentlich keinen Kulminationspunkt und kein bestimmtes Jahr, wo eine gewisse Zuwachsgröße ihren anfänglichen Reihengrad verläßt, aber um diese Uebergänge einfacher zu erlangen, kann es nöthig werden, ein solches anzunehmen. Auch erreichen nicht alle Zuwachsgrößen in einem besondern Jahr ihr Maximum, der Bauminhalt die Baumoberfläche nie, wohl aber der Höhenzuwachs die Jahrringstärke.

§ 115. Die im vorigen Paragraph dargestellten Uebergänge in der Zuwachsreihe ergeben sich auch durch Verbindung der bereits erlangten Reihen fürs Grundflächen= und Höhenwachsthum. Es werden dadurch die einzelnen Größen viel kenntlicher, greifbarer und leichter erhalten als durch die im vorigen Paragraph angegebenen Ausdrücke, diese Darstellungsweise gewährt so praktische Vortheile, die ihre Beibehaltung und Durchführung rechtfertigen. Durch Entgegenstellung einer negativen Reihe vom Ende der Jugendzeit an ergaben sich bei den Höhen und Grundflächen die dem Alter entsprechenden Uebergänge zu niedern Reihen, durch Verbindung der beiden Reihen muß also auch dem Baumkörper zu folgen sein.

Ein Nachlassen der Zuwachsreihe ist in der ganzen Jugendperiode des Baumes noch kaum zu erkennen, ein Aufschwung wird hier in einem so hohen Grade erstrebt, alle Theile sind hier in so starker Entwicklung begriffen, daß man die Reihe 5. Potenz ohne zu fehlen auf die ganze Periode ausdehnen kann. Da die Jugend der Waldbäume, welche langsam wachsen, selten länger als 35 Jahre währt, bei den meisten nur 15—30 Jahre, so wird bei der gewählten Darstellung dieser hohe Entwicklungsgrad auf wenige Jahre ausgedehnt. Wie einmal der Höhenwuchs sich nicht mehr, wie von Jugend an, jährlich verstärkt, also sich mehr gleich bleibt, wenn er auch gerade am bedeutendsten ist, wird schon die Reihe 5. Potenz verlassen. Mit dem Eintritt in das Jünglingsalter wird so durchschnittlich auf die Reihe 4. Potenz übergegangen, oder die Zuwachsreihe des Baumes hat so viel nachgelassen. Wir erlangen diesen Uebergang, indem wir von hier an die negative Reihe in Wirkung setzen. Die Zuwachsreihe des Jünglingsalters läßt sich dann auf folgende Art darstellen $n^3\ g^d\ nh^d$, besser eigentlich durch $n^3\ g^d\ nxh^d$, weil der Höhenwuchs dann schon seine bedeutendste Größe, gleich xmal die Differenz der anfänglichen Höhenreihe erreicht hat und damit

fortfährt. Die Reihe 4ter Potenz wird aber auch erreicht durch folgendes Verhalten der Faktoren = $n^{5/4} g^d n^{3/4} h^d$. Es kommt dieß oft vor, weil die Zuwachse der Höhen und Grundflächen zugleich nachlassen, schwerer möglich ist schon folgendes Zusammenkommen $n^2 g^d n^2 h^d$, weil die Höhenwüchse stärker und früher nachlassen, als die Jahrringe. Bei freiem Stand der Bäume kommt es vor, daß der Jahrring seine Zuwachsreihe so viel weniger mindert, als das Höhenwachsthum stärker zurückbleibt, und im Schluß eine Verstärkung des Höhenwachsthums, ohne daß sich der Jahrring entsprechend vergrößert. In beiden Fällen wird die dem Baum eigenthümliche Zuwachsreihe nicht verändert, der Rückgang wird nur verfrüht und verstärkt, wie ein Baum von stärkeren Stämmen überwachsen wird, überhaupt wie sein Ableben beschleunigt wird. Die Zuwachsreihe scheint sich nur verstärkt zu haben, wenn man die Ernährung desselben begünstigt, z. B. dicht um ihn stehende und seine Verbreitung beschränkende Nachbarstämme entfernt, weil der Jahrring dann sogleich viel stärker wird, aber die Zuwachsreihe hat sich dann nur eine andere Differenz beigelegt, der Reihengrad mindert sich dabei ungestört.

§ 116. Wie der Kubus der Jahre, oder in einer Reihe 3ter Potenz wächst der Baumkörper oft schon in der letzten Hälfte des Jünglingsalters gewöhnlich im 1ten Dritttheil des Mannesalters, die Jahrringe oder der Zuwachs steigt dann noch wie n^2; dieß ist der Fall

1) wenn die Jahrringstärken sich gleich bleiben, die Grundfläche wie $\left(\frac{n^2+n}{2}\right) g^d$ und die Höhe wie nh^d wächst, also die jährlichen Höhentriebe auch gleich lang sind;

2) wenn die Grundfläche wie $\left(\frac{n^3+3n^2+2n}{6}\right) g^d$ also im jugendlichen Zuwachsgrade fortschreitet, der Höhenwuchs aber um so stärker nachgelassen hat und schon fehlt. Es kommt dieß noch im Mittelwalde vor, überhaupt nur bei erst freigestellten Bäumen, nähert sich aber meistens dem folgenden Verhalten:

3) wenn das Grundflächen- und Höhen-Wachsthum in Reihengraden fortschreitet, welche zwischen den angegebenen Reihen-

liegen, besonders häufig ist der Fall $n^{5/2}\, g^d\, n^{1/2}\, h^d$, es nimmt dann die Jahrringstärke noch etwas zu, die Höhenwüchse werden aber wie die Differenzen aus der Reihe der Wurzeln der Jahre schwächer; der Fall $n^{3/2}\, g^d \,.\, n^{3/2}\, h^d$ ist im Mannesalter nicht mehr möglich, weil der Höhenwuchs immer früher und stärker nachlassen muß als das Grundflächenwachsthum.

Ein weiteres Nachlassen des Zuwachses bringt auf die Reihe $n^{5/2}$ für den Baumkörper, es kann dieß hergestellt werden durch $n^2\, g^d\, n^{1/2}\, h^d$ der durch $n^{3/2}\, g^d\, nh^d$.

Wenn der Baumkörper nur wie das Quadrat seines Alters anwächst, so steigt der Jahrringinhalt wie das Baumalter; dieß ist der Fall 1) wenn die Jahrringstärken sich gleich bleiben, die Grundfläche also wie $\left(\frac{n^2+n}{2}\right)\, g^d$ zuwächst und der Höhenzuwachs fehlt, 2) wenn das Grundflächenwachsthum wie $n^{3/2}\, g^d$ und das Höhenwachsthum wie $n^{1/2}\, h^d$ erfolgt, es vereintgt sich dann das Nachlassen der Jahrringstärke mit dem Nachlassen der Höhenwüchse, so daß für die Jahrringinhalte nur noch die gemeine Reibe bleibt $n^{3/2}\, g^d\, n^{1/2}\, h^d = n^{4/2} = n^2\, g^d\, h^d$. Bei diesem Zuwachsgrade ist wieder der Fall undenkbar, daß Grundfläche und Höhe gleichmäßig wachsen, indem eine solche Abnahme der Jahrringstärken sich nicht mit einem gleichbleibenden Höhenzuwachs vereinigen läßt. Bei der gewählten Darstellungsweise wird so das Baumwachsthum von einem ständigen Zurücksinken der ihm eigenthümlichen höheren Zuwachsgraden auf niedere in der Art geleitet, daß regelmäßig die Reihe alle zwischenliegende Bruchpotenzgrade beim Uebergang vom jugendlichen höheren zum späteren und schwächeren Wachsthum durchlauft, so daß also der höhere Zuwachsgrad im Anfang einer Periode immer sicherer vorhanden ist, als am Ende. Diese Rückschritte werden auch in der Natur dadurch nicht gehemmt, daß dem Baum in der Periode eine Zeit lang bessere Nahrung gereicht wird und er einen stärkeren Jahrring auflegt, die bestimmten Uebergänge in Reihengrade mit dem Alter werden dadurch nicht zerstört. Der wohlgenährte Dicke lebt auch nicht länger als der Magere oder Kleine. Im Mannesalter zeigt sich immer das Nachlassen des Baumwachsthumes am auffallendsten im Höhenwachthum und zwar oft stärker als der Zuwachs selbst nachläßt, indem das Grundflächenwachsthum sich weniger mindert, dieß ist besonders bei einem Freistellen der

Bäume häufig der Fall, wenn die Jahrringe sich dadurch verstärken. Im Grundflächenwachsthum zeigt sich das Nachlassen des Baumwachsthumes weniger deutlich, man glaubt dieß erst dann eingetreten, wenn die Jahrringstärke schwach wird; im Mannesalter ist diese aber immer am größten, sie nimmt aber nicht mehr wie früher zu, die Jahrringfläche wächst nur noch wie die Jahre, während sie in der Jugend wie das Quadrat der Jahre gewachsen ist, wie stark der Zuwachs nachgelassen hat, kann darum nur durch Verfolgung mit Reihen erkannt werden.

§ 117. Das Nachlassen der Lebenskräfte hat schon einen sehr hohen Grad erreicht, wenn einmal der Baumkörper nur wie sein Alter anwächst und die Jahrringe eine gleiche körperliche Größe behalten, wenn diese Größe auch beträchtlicher ist, als sie in allen früheren Jahren war. Da die Oberfläche der Bäume immer zunimmt, so muß, wie der Jahrringinhalt sich gleich bleibt, die Jahrringdicke abnehmen, dieß kann aber nur bis zu einem gewissen Betrag stattfinden, indem die Baumtheile von dem Jahrringe doch so stark überzogen werden müssen, daß das Zuwachsvermögen für die Folge erhalten wird; der Baum muß es hier vermeiden, seine Oberfläche sehr zu vergrößern, die Zweige und Wurzeln können sich nur wenig mehr verlängern und erweitern, weil der Stoff mangelt. Nach § 104 kann, wenn die Fläche der Jahrringe sich nur gleich bleibt, der Durchmesser des Schaftes sich nur wie die Wurzel aus dem Baumalter vergrößern, es nimmt dann die Jahrringstärke schon stark ab. Der Jahrringinhalt kann sich hiebei nur gleichbleiben, wenn kein Höhenwuchs erfolgt. Bei diesem Zuwachsgrade wäre nur ein Höhenzuwachs möglich, wenn die Jahrringstärke in noch höherem Grade abnehme, aber damit ist ein Höhenzuwachs unvereinbar. Das Gleichbleiben der Jahrringinhalte steht dem geringsten Zuwachsgrade, bei dem ein Baum noch bestehen kann, schon sehr nahe; wenn ein Abnehmen der Zuwachse vorkommt, so entfernt es sich immer nur wenig vom Gleichbleiben. Es liegt dann weniger in einem Abnehmen der Jahrringflächen auf den Grundflächen, und einem stärkeren Abnehmen der Jahrringdicken, als mit diesem Gleichbleiben verbunden ist, sondern der Jahrringinhalt nimmt dann ab, weil die Jahrringdicke in der Höhe stark abnimmt, womit meist ein Dürrwerden der Baumgipfel verbunden ist. Der Baum überzieht dann

seinen Körper so spärlich mit einem Jahrring, daß all die Außenwerke eingehen, welche nicht mit eigener Kraft so viel Nahrung zu sammeln im Stande sind, daß sie nach Ueberstehung des Winters noch kräftig ihre Thätigkeit erneuern können.

§ 118. Durch die erhaltenen Reihen für das Wachsthum der Höhen und Grundflächen ist es nicht mehr schwer, das Wachsthum der Bäume in seinen verschiedenen Entwicklungsperioden darzustellen, also dem Baumkörper in seinen Größen von seiner Entstehung bis zum Tode zu folgen.

Bei Verbindung der Reihen für die Grundflächen mit Reihen des Höhenwachsthums hat man jedoch darauf zu sehen, daß die Reihen zusammenpassen, hierzu gehört:

1) Daß der Wendepunkt des Wachsthums, das Jahr, wo die Reihe m zu wirken anfängt, in beiden Reihen auf dasselbe Jahr fällt.

2) Daß sie auch in der Stärke des Wachsthums, welche durch die Differenz der Zuwachsreihe angegeben wird, einander entsprechen. Man kann nicht das stärkste Höhenwachsthum mit einem schwachen Grundflächenwachsthum verbinden, und umgekehrt; die Natur muß hiezu die Anleitung geben.

3) Ueberhaupt müssen die Reihen, die das Wachsthum einer bestimmten Holzart angeben sollen, sich in solchen Gränzen bewegen, die der Holzart entsprechen. Durch den Kulminationspunkt der Reihen muß die Dauer und Vertheilung der Zuwachse auf die Lebenszeit und durch die Differenz die Größe der Zuwachse, wie stark sie unter den betreffenden Verhältnissen erfolgen, bestimmt sein.

Bei dieser Verbindung zeigt sich sogleich die Aehnlichkrit des Wachsthums aller Bäume, wir erhalten immer dieselbe Reihe, alle Bäume wachsen in der Jugend =

$$\left(\frac{n^2+n}{2}\right)h^d \left(\frac{n^3+3n^2+2n}{6}\right)g^d.r = \left(\frac{n^5+4n^4+5n^3+2n^2}{12}\right)r.$$

Vom Jünglingsatter an beginnt bei allen Bäumen ein Rückschritt von dieser Reihe, aber bei allen Bäumen wird hier dieselbe Folge eingehalten. Alle späteren Perioden stehen in der Dauer im Verhältniß zur Jugend, man kann darum alle Bäume schon nach der Dauer der Jugendzeit in Klassen bringen, wie solche sich schon beim Höhenwachsthum ergaben. Mit dem Schluß des Höhenwachs=

thums kann die Baumentwicklung im Allgemeinen als vollendet angenommen werden, es folgt darauf früher oder später ein allmäliges Absterben, das von Oben beginnt, es wird nur ein Erhalten, kein Entwickeln mehr erstrebt. Hiernach wäre die Zeit eines kräftigen Bestehens des Baumes immer 5mal so lange, als die Jugend. Durchschnittlich dauert aber auch das Baumleben nicht länger, man betrachte nur 100jährige Kiefernwälder, wie viele Bäume hier schon abgestorben sind, und wie dieß zunimmt.

Wachsthum einer Aspe. Nach Klasse I.

Im Alter.	Höhe.	Durchmesser.	Grundfläche.	Inhalt.	Zuwachs.	Dschn.-Zuw.
10	7,15	1,59	0,0198	0,7078		0,0707
					0,9653	
20	24,86	4,13	0,1346	1,6731		0,8365
					5,8989	
30	40,95	6,87	0,3699	7,5720		0,2524
					11,361	
40	53,78	9,49	0,7041	18,933		0,4233
					16,384	
50	63,36	11,92	1,1148	35,317		0,7063
					19,732	
60	69,71	14,1	1,5796	55,049		0,9174
					20,510	
70	72,8	16,1	2,0758	75,559		1,0794
					18,389	
80	72,8	18,1	2,5810	93,948		1,1743

Wachsthum einer Kiefer. Klasse II. r = 0,50.

Im Alter.	Höhe.	Durchmesser.	Grundfläche.	Inhalt.	Zuwachs.	Dschn.-Zuw.
10	4,4	1,06	0,0088	0,03068		0,00306
					0,46872	
20	16,8	2,80	0,0616	0,5174		0,02587
					2,4526	
30	31,7	4,88	0,1874	0,9702		0,09900
					5,5528	
40	44,6	6,98	0,3822	8,5230		0,21307
					9,126	
50	55,5	9,00	0,6360	17,649		0,35298
					12,573	
60	64,4	10,9	0,9388	30,222		0,5037
					15,469	
70	71,36	12,7	1,2806	45,691		0,6527
					18,102	
80	76,2	14,5	1,6514	63,793		0,7961
					18,447	
90	79,6	16,1	2,0412	81,240		0,9026
					16,360	
100	80	17,6	2,4400	97,600		0,9760
					15,91	
110	80	19,0	2,8378	113,51		1,0320
					15,47	
120	80	20,25	3,2246	128,98		1,0740

Wachsthum einer Buche. Klasse III.

Im Alter.	Höhe.	Durchmesser.	Grundfläche.	Cubikinhalt r = 0,56.	Zuwachs.	Dschn.-Zuw.
10	2,47	0,92	0,0066	0,00913		0,00091
					0,23536	
20	9,45	2,42	0,0462	0,24449		0,01222
					1,50121	
30	20,95	4,35	0,1488	1,7457		0,05819
					4,6160	
40	33,80	6,54	0,3361	6,3617		0,15904
					9,0653	
50	45,52	8,78	0,6052	15,427		0,3085
					14,365	
60	56,19	10,9	0,9486	29,792		0,4965
					20,197	
70	65,70	13,2	1,3587	49,989		0,7141
					25,845	
80	74,08	15,2	1,8280	75,834		0,9479
					31,236	
90	81,38	17,3	2,3491	107,060		1,1895
					35,03	
100	87,06	19,2	2,9145	142,09		1,4209
					40,01	
110	92,47	21,1	3,5166	182,10		1,6554
					41,71	
120	96,35	23,0	4,1479	223,81		1,8650
					42,65	
130	99,11	24,7	4,8010	266,46		2,0497
					39,77	
140	100	26,4	5,4684	306,23		2,1873
					37,72	
160	100	29,4	6,8158	381,68		2,3855
					36,81	
180	100	32,2	8,1303	455,30		2,5294
					34,20	
200	100	34,5	9,3517	523,70		2,6185

Wachsthum einer Eiche. Klasse III. r = 0,60.

Im Alter.	Höhe.	Durchmesser.	Grundfläche.	Kubikinhalt.	Zuwachs.	Durchschn.-Zuw.
10	1,92	0,75	0,0044	0,00506		0,00050
					0,13074	
20	7,53	2,00	0,0308	0,1358		0,00679
					0,8326	
30	16,27	3,6	0,0992	0,9683		0,03228
					2,5657	
40	26,28	5,34	0,2241	3,5341		0,08835
					5,0443	
50	35,43	7,15	0,4025	8,5784		0,17157
					8,0024	
60	43,70	8,91	0,6324	16,581		0,24301
					11,131	
70	51,10	10,7	0,9058	27,712		0,3959
					14,406	
80	57,61	12,98	1,2187	42,118		0,5264
					17,362	
90	63,29	14,1	1,5661	59,480		0,6608
					19,444	
100	67,7	15,7	1,9430	78,924		0,7892
					22,236	
110	71,92	17,2	2,3444	101,16		0,9196
					23,16	
120	74,93	18,75	2,7653	124,32		1,0360
					22,14	
140	77,08	21,5	3,6456	168,60		1,2043
					22,02	
160	78,36	24,0	4,5439	213,65		1,3353
					20,60	
180	78,36	26,3	5,4202	254,85		1,4158
					19,64	
200	78,36	28,2	6,2345	293,14		1,4657

In den beiliegenden Tafeln ist das Wachsthum mehrerer Bäume dargestellt. Um den Einfluß verschiedener Schnellwüchsigkeit darzustellen, hat man hier Bäume gewählt, deren Kulminationspunkt mit dem 15., 20. und 30. Jahr beginnt, welche Unterscheidung auch schon bei den Höhenwüchsen und Grundflächenreihen gemacht wurde. Das zwischen diesen Reihen liegende Zuwachsverhalten kann sich nach der gegebenen Anleitung Jeder leicht selbst bilden, ebenso das noch länger andauernde. Die Baumform wurde hier als nicht mit dem Alter veränderlich angenommen, d. h. immer eine gleiche Reduktionszahl angewendet, indem sie sich doch nicht bedeutend verändert und die Veränderung nicht bekannt genug ist. Das Weitere hierüber beim Jahrring.

Darstellung des Baumwachsthums in Figuren.

§ 119. Konstruirt man auf Figur 6 als Basis einen Würfel Figur 7, indem man die durch die Diagonalen der Seitenflächen begränzte Pyramide durch Parallellinien in t kleine Würfel theilt, so versinnlicht dieselbe das Wachsthum nach einer Reihe 3. Potenz. Die Grundfläche hat $\frac{t^2 + t}{2}$ kleiner Würfel auf sich ruhen und es sind t Schichten, die Pyramide enthält also $\frac{t^3 + 3t^2 + 2t}{2}$ kleiner Würfel. Es bezeichnen hier die kleinen Würfel die Differenzen der Reihe. Die Pyramide wächst, indem jährlich eine neue Schichte von Würfeln hinzukommt, die Schichte im 1. Jahr war a 1, besteht aus einem Würfel, im 2. Jahr b 2 besteht aus 3 Würfeln, im 3. Jahr c 3, besteht aus 6 Würfeln, die 4. Schichte besteht so aus 10, die 5. aus 15, die 6. aus 21 Würfeln, die Piramide wächst also immer um $\frac{n^2 + n}{2}$ Würfeln und besteht aus $\frac{n^3 + 3n^2 + 2n}{6}$ Würfeln. Die Reihe des Wachsthumes von 10 Schichten ist daher folgende:

Im nten Jahr	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Piramide $= \frac{n^3 + 3n^2 + 2n}{6}$	1	4	10	20	35	56	84	120	165	220
Zuwachsende Schichte		3	6	10	15	21	28	36	45	55
Zuwachs der Schichte			3	4	5	6	7	8	9	10
Differenz der Reihe				1	1	1	1	1	1	1

Die Reihe bleibt dieselbe, wenn das 1. Glied fehlt, gleich Null ist, sie wird dadurch nur um ein Glied verkürzt, es fehlt also die letzte Schichte der kleinen Würfeln, welche gleich $\frac{n^2 + n}{2}$, ziehen wir daher diese von der Reihe und dem erhaltenen Ausdruck ab = $\frac{n^3 + 3n^2 + 2n}{6} - \frac{3n^2 + 3n}{6} = \frac{n^3 - n}{6}$, so haben wir die Reihe und ihren Ausdruck. Auf die Basis $= \frac{t^2}{2}$ ergibt sich die Pyramide gleich $\frac{t^2}{2} \cdot \frac{t}{3} = \frac{t^3}{6}$ und folgende Reihe

Im nten J.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\frac{n^3}{6} p_n =$	$^1/_6$	$1^2/_6$	$4^3/_6$	$10^4/_6$	$20^5/_6$	36	$57^1/_6$	$85^2/_6$	$121^3/_6$	$166^4/_6$
Zuwachs.		$1^1/_6$	$3^1/_6$	$6^1/_6$	$10^1/_6$	$15^1/_6$	$21^1/_6$	$28^1/_6$	$36^1/_6$	$45^1/_6$
Schichte		2	3	4	5	6	7	8	9	

Betrachtet man jede zuwachsende Schichte als einen Jahrring, so kann mar sich sehr leicht einen Kegel daraus bilden, wie dieß Figur 4 darstellt. Da die Dicke des Jahrrings sich gleich bleibt, so wächst ihre Fläche $= n\frac{dd^2\pi}{2}$, die Grundfläche also wie $\left(\frac{n^2 + n}{2}\right)\frac{dd^2\pi}{2}$. Da die Höhe eines jeden Jahrrings sich wie nh^d vergrößert, so wächst jeder Jahrring wie $\left(\frac{n^2 + n}{2}\right)\frac{dd^2\pi \; h^d}{2}$. Die gleichen Zahlen in der Figur bezeichnen die einem nten Jahrring angehörenden Differenzen und bedingen die obige Reihe. Für so lange die Jahrringstärken und Höhenwüchse sich gleichbleiben, entspricht dieser Figur auch die Zuwachsreihe des Baumes.

§ 120. Die Reihe 5ter Ordnung kann man sich leicht durch Zeichnung darstellen, wenn man die Reihe für die Grundfläche = $\left(\frac{n^3 + 3n^2 + 2n}{6}\right) g^d$ oder Durchmesser $= n^{1/2} d^d$ mit der Reihe für die Höhe $= \left(\frac{n^2 + n}{2}\right) h^d$ verbindet. Es bildet sich dadurch folgende Reihe für die Zylinder $(g^h) = \frac{n^5 + 4n^3 + 5n^3 + 2n^2}{12} g^d \, h^d$. Hiermit die gleiche Reduktionszahl $\frac{h}{2}$ verbunden gibt

$$\left(\frac{n^5 + 4n^4 + 5n^3 + 2n^2}{24}\right) g^d \, h^d .$$

Um die entsprechende Form zu erhalten, verbindet man jeden Jahrring mit den entsprechenden Höhen durch eine Parabel, die nach § 21 und 22 dem Ausbauchungsgrade des Baumkörpers entsprechend gewählt wird. Eine solche Zeichnung zeigt, daß sich bei diesem Wachsthum der Baum vorherrschend verlängert, indem hier das Höhenwachsthum vorwiegt, erst wie das Höhenwachsthum die Reihe n^2 verläßt, kann die Verdickung verhältnißmäßig fortschreiten. Die Reihe n^4 macht im Baumwachsthum nur den Uebergang von n^5 zu n^3 und tritt ein, wie n^5 aufhört, also mit dem Jünglingsalter. Da Grundflächen und Höhen zugleich, aber verschieden im Wachsthum nachlassen, können wir diesen Zuwachsgrad durch den Maßstab durch Konstruktion darstellen, indem wir die entsprechenden Reihen der Jahrringe und Höhenwüchse aufs Papier tragen und durch Parabeln mit einander verbinden. Durch die Angabe der Reihen der Grundflächen und Durchmesser der Höhen und Höhenwüchse sind die verschiedenen Abnahmegrade angegeben und durch Konstruktion leicht darzustellen.

Zur naturgetreuen Darstellung des Baumwachsthums ist in Figur 19 der Baumschaft einer Kiefer verzeichnet. Die ineinander gezeichneten Linien zeigen immer die Baumform von jedem 10ten Jahre, der zwischenliegende Raum umfaßt daher immer 10 Jahrringe. Um diese verschiedenen Größen zu erhalten, wurde die Kiefer in 6füßige Walzen zerschnitten, und jeder Querschnitt genau vermessen; der Abstand jeder Querlinie ist daher 6 Fuß. Der Maßstab für die Durchmesser ist hier 100mal größer genommen als für die Höhen, bei einem gleichen Maßstab würden die Jahrringe eine zu unkenntliche Größe erlangen. Die ineinander gezeichneten Linien zeigen den Wechsel des Höhenverhältnisses zum Durchmesser, dann in den Kurven einen Wechsel der Baumform in den verschiedenen Jahrzehnten.

Vom Wachsthum der Jahrringe.

§ 121. Bei Darstellung des Baumwachsthums ergab sich die Reihe der Jahrringe (siehe Spalte Zuwachs § 118) als 1. Differenzreihe aus der Reihe der Bauminhalte. Der Jahrring wächst so in einer Reihe 4. Potenz, so lange der Bauminhalt in einer Reihe 5. Potenz wächst. Man hat in der Jugend die Reihe $\left(\frac{n^3+3n^2+2n}{6}\right)$ g^d

für die Grundflächen, also die Reihe $\left(\frac{n^2+n}{2}\right) g^d$ für die Jahrringflächen auf der Grundfläche, und die Reihe $\left(\frac{n^2+n}{2}\right) h^d$ für die Höhen, dieß verbunden gibt die Reihe $\frac{n^4+2n^3+n^2}{4}$ für die Jahrringe (Zylinderringe).

Vom Jünglingsalter an hat man die Reihe

$$\left(\frac{n^2+n}{2} - {}^5/_4\ \frac{m^2+m}{2}\right) g^d \times \left(\frac{n^2+n}{2} - {}^5/_4\ \frac{m^2+m}{2}\right) h^d$$

wodurch sich der Rückschritt der Zuwachsreihe von der Reihe 4. Potenz auf niedere Reihengrade herstellt. Hiebei ergeben die dargestellten Baumzuwachsreihen den höchsten Stand des Zuwachses für die Baumklasse von kürzerer Lebensdauer zwischen dem 60. — 70. Jahr für eine mittlere Klasse vom 80. — 90. Jahr, für die Baumklasse von längerer Lebensdauer zwischen dem 120. — 130. Jahr, hierauf kommt der Zuwachs langsam in Rückgang, so daß im 200. Jahr der Zuwachs erst um $^1/_5$ von seinem höchsten Stand zurückgegangen ist, obgleich eine Minderung des anfänglichen Zuwachsgrades schon im 30. Jahr beginnt. Die Zuwachsreihe beginnt so mit den kleinsten Beträgen und endet, ohne ihre erreichten höchsten Größen bedeutend verändert zu haben.

Diese Zuwachsreihe läßt sich auch annähernd durch folgenden Ausdruck folgen: $Z_n =$

$$\left(\frac{n^4+2n^3+n^2}{4} - {}^7/_4\ \frac{m^4+2m^3+m}{4}\right) \frac{dd^2\ \pi\ h^d}{2}.$$

Das Produkt der beiden abnehmenden Reihen veranlaßt den stärkern Abnahmegrad, so daß bei langsam wachsenden Holzarten selbst der Faktor $^7/_4$ auf 2 erhöht werden muß. Da die Reihe der Jahrringe sich aus der Reihe des Höhenwachsthums und der Reihe des Grundflächenwachsthums bildet, durchlauft die Zuwachsreihe 4 Potenzgrade, indem sie zuletzt auf immer nahehin gleichbleibenden Größe stehen bleibt, der Baumkörper muß dann ebenfalls während seiner Lebensdauer seine Reihe innerhalb 4 Potenzgraden verändern, aber mit der Reihe 5. Potenz beginnen, und mit der gemeinen Reihe aufhören, weil er der Summenreihe aus der erstern entspricht.

§ 122. Mit dem Wachsthum eines Baumes ändert sich nicht allein die Größe der Jahrringinhalte in immer schwächerem Grade, sondern auch die Form derselben. Diese Veränderung der Jahrringe läßt sich darstellen 1) durch das Verhältniß zur Baumoberfläche, 2) zum Bauminhalt, 3) am besten durch das Verhältniß zum Zylinderring, der mit dem Jahrring gleiche Grundfläche und Höhe hat.

Ueber die nothwendige Veränderung der Form der Jahrringe mit den Zuwachsreihen geben folgende Zeichnungen eine Ansicht.

a. Zeichnet man einen Längsdurchschnitt, in dem der Durchmesser, (Figur 20) immer um gleiche Größen (Jahrringstärken) zunimmt, indem aber der jährliche Höhentrieb eine Reihe von Jahren zu-, dann abnimmt, so bildet sich ein eingebauchter Kegel, für so lange, als der Höhenwuchs zunimmt, und nur mit dem Nachlassen des Höhenwuchses bei gleichbleibender Jahrringstärke kann sich eine Ausbauchung herstellen.

b. Läßt man umgekehrt die Höhenwüchse sich gleichbleiben, die Jahrringe aber eine Reihe von Jahren, z. B. 50, Figur 21, zu-, dann abnehmen, so erhält man eine Einbauchung, wenn man die Jahrringe auf jedem höher gelegenen Querschnitte, wie auf der Grundfläche zunehmen läßt, man sehe die rechte Seite der Figur, aber eine Ausbauchung, die linke Seite, wenn der Jahrring oben so dick als wie auf der Grundfläche genommen wird. Wie jedoch der Jahrring an Stärke abnimmt, und der Höhenwuchs nicht, bildet sich eine Einbauchung weniger oder nicht, wie auch der Höhenwuchs nachläßt.

c. Läßt man in einer Zeichnung den Jahrring wie den Höhenwuchs in gleicher Reihe zu- und abnehmen, so erhält man in keinem Alter eine Ausbauchung, sondern nur gemeine Kegel.

Aus diesen Konstruktionen ergibt sich, daß auch die Form der Jahrringe abhängig ist

1) von der Größe der Jahrringdicken und der Höhenwüchse;
2) von der Reihe, besonders dem schon bald eintretenden Nachlassen der jährlichen Höhenwüchse;
3) von der Reihe der Jahrringstärken, der später und schwächer eintretenden Veränderung der Jahrringstärken, dem Verhältniß zur Reihe des Höhenwachsthums, § 103, 104;

4) von der Baumform. Um bei diesem Wechsel eine gewisse Baumform herzustellen und zu erhalten, muß entweder die Form der Jahrringe sich mit dem Alter in der Art verändern, daß in der Jugend bei den zunehmenden Höhenwüchsen keine Einbauchung entsteht und im Alter bei nachlassendem Höhenwuchs eine Zunahme der Ausbauchung vermieden wird: oder es muß die Baumform sich beständig ändern; es kann aber auch beides stattfinden, wie nur die Baumform sich ändert, muß schon die Form der Jahrringe sich ändern, um so mehr, wenn auch die Höhenwüchse und Jahrringstärken mit dem Alter ungleichmäßig zu- und abnehmen.

§ 123. Zeichnet man die Längsdurchschnitte von gemeinen Kegeln ineinander, deren Durchmesser immer um gleiche Jahrringdicke zunimmt, deren jährliche Höhenzunahme sich aber wie nh^d verhält, so zeigen die den Jahrringen entsprechenden Theile der Längsdurchschnitte eine Zunahme den Jahrringdicke mit der Baumhöhe. Die Jahrringdicke zeigt sich in der Höhe, gegen die Spitze des entsprechenden Kegels hin, noch stärker als auf der Grundfläche, wenn auch Jahrringdicke und Höhenwüchse sich gleich bleiben, so lange die Höhenwüchse noch verhältnißmäßig stärker als die Jahrringdicken sind; die Jahrringdicke nimmt gegen die Spitze des Kegels erst ab, wenn die Höhenwüchse verhältnißmäßig schwächer als die Jahrringdicke werden, oder ganz fehlen. Es zeigt dieß, daß die Jahrringdicke gegen den Baumgipfel zu sich vorzüglich mit den Höhenwüchsen ändern muß, sie muß gegen oben größer sein, so lange die Höhenwüchse verhältnißmäßig stärker als die Jahrringdicken sind. Die Erhaltung derselben Jahrringform wäre nur möglich, wenn der Jahrring immer gleichmäßig und in demselben Verhältniß, wie der Höhenwuchs an Dicke zu- und abnimmt. Daß dieß nicht möglich ist, zeigt sich mit der Zunahme des Baumalters immer auffallender. In der Jugend steigt wohl die Jahrringdicke mit dem Höhenzuwachs, aber viel schwächer; im Mannesalter wird die Jahrringdicke meist erst am größten, die Höhenwüchse aber werden schwach; die Höhenwüchse könnten nie fehlen, wenn die Form der Jahrringe sich gleich bleiben müßte. Es kann also weder die Dicke der Jahrringe in jeder Höhe sich gleich sein, noch das Verhältniß der Dickezunahme in der Höhe in verschiedenem Alter.

Die Zunahme der Jahrringdicke von der Grundfläche gegen die entsprechende Kegelspitze vergrößert sich, wenn man, wie in Figur 22, die zunehmenden Höhenwüchse mit den entsprechenden Jahrringen durch Parabeln verbindet. Sie erhält sich auch noch, nach Figur 23, wenn die Höhenwüchse sich gleichbleiben. Die ungleiche Dicke der Jahrringe verliert sich erst, wenn, nach Figur 24, bei Erhaltung derselben Baumform die Höhenwüchse immer schwächer werden, wie sie verhältnißmäßig nicht stärker als die Jahrringdicken sind. Die Jahrringstärke muß gegen die Spitze hin abnehmen, wie der Höhenwuchs gänzlich fehlt, ist dieß mehrere Jahre der Fall, so wird Gipfeldürre zu einer nothwendigen Folge.

Die relative Form der Jahrringe kann sich nur gleichbleiben, wenn auch die Baumform sich gleichbleibt und beim Wachsthum die Höhenwüchse und die Jahrringstärken sich entweder immer gleichbleiben oder gleichmäßig ändern, ihre Form muß sich ändern, wie die letztern nicht gleichmäßig wachsen, wie die Baumform sich ändert. Bei der relativ stärkern Veränderung der Höhenwüchse verändert der Jahrring seine mittlere Dicke nicht gerade wie seine Jahrringstärke an der Grundfläche, diese wird in der Jugend stärker zunehmen, weil die Jahrringdicke in dieser Zeit gegen seinen Gipfel hin zunimmt, sie wird im höhern Alter stärker abnehmen, wie der Höhenwuchs fehlt und der Jahrring gegen seinen Gipfel hin dünner wird, als auf der Grundfläche; diese mittlere Jahrringdicke entspricht der Veränderung des Jahrringinhaltes im Verhältniß zur Baumoberfläche. In noch stärkerem Grade verändert sich das Verhältniß des Jahrringinhaltes zum Zylinderring von gleicher Grundfläche und Höhe.

§ 124. Auf das Inhaltsverhältniß der Jahrringe läßt sich aus dem Verhalten der Baumformen schließen, und umgekehrt aus dem Inhaltsverhältniß der Jahrringe auf die Baumformen, wie folgt: Stellt man nach Fig. 22 eine Reihe von cylindrischen Ringen zusammen, die ineinander passen, so daß sie in einander geschachtelt, eine Kreisfläche bilden, und wächst die Höhe dieser Cylinder wie die Quadrate, so wächst der Jahrring auf der Grundfläche wie ng^d, die Höhe wie n^2h^d, dieß giebt einen Cylinderringinhalt $=$ $n^3g^dh^d$, welcher also wie die Kubuse anwächst. Die Summe dieser Reihe ist $= \left(\frac{n^4+2\,n^3+n^2}{4}\right)g^dh^d$. Dividirt man diesen Aus=

druck mit der Grundfläche $= \left(\frac{n^2+n}{2}\right) g^d$, so erhält man die Größe $\left(\frac{n^2+n}{2}\right) h^d$, d. h. die halbe Höhe zum Faktor für den Inhalt aller Ringe auf der Grundfläche. Da die halbe Höhe der Faktor für den Inhalt des gewöhnlichen parabolischen Kegels ist, so sind diese Ringinhalte zusammen einem solchen gleich. Dasselbe Resultat erhält man, wenn die Höhe wie $\frac{n^2+n}{2} h^d$ wächst, die Reihe der Inhalte für die Cylinderringe ist dann

$$1,\ 6,\ 18,\ 40,\ 75,\ 126 \text{ und ihre Sa. } \frac{3n^4+10n^3+9n^2-21n}{24} g^d h^d.$$

Wachsen die Grundflächen wie $\left(\frac{n^3+3\ n^2+2n}{6}\right) g^d$ also die Jahrringe auf den Grundflächen wie $\left(\frac{n^2+n}{2}\right) g^d$ und die Höhen wieder wie $\left(\frac{n^2+n}{2}\right) h^d$, so wachsen die Cylinderringinhalte wie $\left(\frac{n^4+2n^3+n^2}{4}\right) g^d h^d$, die Summa dieser Reihe ist

$$S = \left(\frac{6n^5+30n^4+50n^3+30n^2+4n}{120}\right) g^d h^d.$$

Durch Division mit der Grundfläche ergiebt sich hier derselbe Reduktionscylinder von der halben Höhe mit der Grundfläche gleich dem Bauminhalte.

Es folgt hieraus, daß, wenn der Höhenwuchs im Zunehmen ist, und die Jahrringinhalte dem Cylinderring auf gleicher Grundfläche gleich sind, sich ein gewöhnlicher parabolischer Kegel bildet, also auch umgekehrt, wenn diese Baumform erhalten wird, während die Höhenwüchse zunehmen, daß der Jahrringinhalt dem Cylinderring gleich kommen muß; nimmt aber die Baumform noch während diesem Wachsthum zu, so muß auch der Jahrringinhalt den Cylinderring übertreffen.

§ 125. Stellt man auf dieselbe Art eine Reihe von cylindrischen Ringen ineinander, deren Dicke und Höhenzunahme eine gleiche Größe bleibt, so daß also die Ringe auf der Grundfläche wie ng^d und deren Höhen wie nh^d zunehmen, so wächst der Ring=

inhalt wie die Quadrate = 1 . 4 . 9 16 ꝛc. Summirt man diese Reihe, so erhält man $S = \left(\frac{2n^3 + 3n^2 + n}{6}\right) g^d h^d$.

Dividirt man diese Reihe mit der Reihe, welche sich durch Summirung der Ringflächen dieser Hohlcylinder (den Kreisflächen) bildet, welche gleich $\left(\frac{n^2 + n}{2}\right) g^d$ ist, so erhält man ⅔ der Höhe als entsprechenden Faktor. Es bildet also diese Reihe von cylindrischen Ringen einen Kegel von der Ausbauchung $= \frac{2ph}{3}$. Es muß also an einem Baum, der diese Ausbauchung zeigt, so lange der Höhenwuchs sich gleichbleibt, auch der Jahrringinhalt dem Cylinderring gleichkommen. Dieses Inhaltsverhältniß wird nicht verändert, wenn der Jahrring auch noch an Dicke zunimmt oder abnimmt, wenn nur dabei die Höhenwüchse und die Baumform sich gleich bleiben.

Stellt sich bei den zunehmenden Höhenwüchsen in der Jugend eine geringere Ausbauchung her und der Jahrringinhalt bleibt dem Cylinderring noch gleich, wenn die Höhenwüchse sich gleichbleiben, so muß die Baumform zunehmen, der Form $\frac{2gh}{3}$ sich immer mehr nähern; ein Fall, der vorzüglich im Jünglingsalter eintreten kann.

Wenn die Höhenwüchse nachlassen, kann der Inhalt der Jahrringe dem Cylinderringe nur gleichkommen, wenn die Ausbauchung des Baumes dabei zunimmt, bleibt die Ausbauchung sich gleich, so muß der Jahrringinhalt im Verhältniß zum Cylinderring abnehmen, was nur möglich ist, wenn seine Dicke gegen oben immer weniger stark zunimmt, sich endlich gleichbleibt, gegen oben muß die Jahrringdicke erst abnehmen, wenn der Höhenwuchs fehlt. Es kann sich so der Inhalt der Jahrringe verringern, während dieselben auf der Grundfläche noch gleiche Fläche zeigen, und die Baumhöhe sich gleichbleibt, die Baumoberfläche also selbst noch zunimmt, wie ihre Dicke in der Höhe abnimmt. Die Jahrringstärke auf der Grundfläche ist so in höherem Alter für sich allein kein sicheres Zeichen für den Baumzuwachs, das Verhalten der Baumform muß ebenfalls berücksichtigt werden.

§ 126. Nach dem Vorhergehenden muß in den verschiedenen Perioden des Baumlebens folgender Wechsel in der Form und dem Inhaltsverhältniß der Jahrringe vorgehen:

1) in der Jugend, als Periode des zunehmenden jährlichen Höhenwuchses, hat der Jahrring die ungleichste Dicke, die relativ größte Zunahme in der Stärke nach oben, und den relativ größten Inhalt, indem er dem Cylinderring an all den Bäumen schon gleichkommen muß, welche nur eine Baumform $= \frac{gh}{2}$ zeigen.

2) Im Jünglingsalter wird sich, so lange die jährlichen Höhenwüchse mehr gleich groß erfolgen, die ungleiche Dicke der Jahrringe nicht nothwendig mindern, sondern erst wie der nachlassende Höhenwuchs der Jahrringdicke verhältnißmäßig gleich wird, der Jahrringinhalt muß aber dem Cylinderring so lange nahe kommen, als die Ausbauchung noch zunimmt. Da bei zunehmenden Höhenwüchsen sich eine geringere Ausbauchung herstellt, und stärkere Bäume eine stärkere Ausbauchung zeigen, muß die Ausbauchung in dieser Periode vorzüglich zunehmen; es ergiebt sich dieß aus dem Gleichbleiben der Höhenwüchse, wie der Jahrringinhalt dem Cylinderring nur gleich bleibt.

3) Im Mannesalter läßt, wie der Höhenwuchs nachläßt, auch die ungleiche Dicke der Jahrringe nach. Der Inhalt der Jahrringe muß damit auch gegen den Cylinderring nachlassen. Wäre dieß nicht der Fall, so müßte die Ausbauchung der Bäume in dieser Periode noch schnell und bedeutend zunehmen, es müßten sich in dieser Periode andere Ausbauchungsgrade herstellen, als gefunden werden.

4) Im Greisenalter müßte, eine gleiche Dicke des Jahrringes, wie der Höhenwuchs fehlt, noch eine starke Zunahme der Ausbauchung veranlassen, da dieß nicht vorkommt, so muß der Jahrring in dieser Periode selbst gegen oben an Stärke abnehmen, um so mehr sein Inhalt gegen den Cylinderring, wie dieß sehr überhand nimmt, wird der Baumgipfel abständig. Das sicherste Zeichen von Alterschwäche und des geschwächten Baumwachsthums überhaupt, ist daher immer das

Gipfeldürrwerden. Das Erlöschen des Baumlebens beginnt so immer von oben und schreitet gegen unten fort.

Durch das Abnehmen der Jahrringdicke gegen oben, noch mehr durch das Gipfeldürrwerden ist es möglich, daß die Form des Baumes im Greisenalter abnimmt, so daß er sich dem gemeinen Kegel wieder mehr nähert. Die Ausbauchung muß sich verlieren, wie der Baum vorwiegend die untere Hälfte seines Schaftes verdickt.

§ 127. Die Jahrringe zeigen so, neben den Reihen, welche durch die Vergrößerung der Durchmesser und der Höhen veranlaßt werden, noch eine Veränderung, welche auf ihr Inhaltsverhältniß im Vergleich mit dem entsprechenden Zylinderring (ihre Vollholzigkeit) und ihre Form einwirkt und ebenfalls in einer Reihe fortschreitet. Dem Inhaltsverhältniß (der Vollholzigkeit nach) beschränkt sich nun die Veränderung darauf, daß wie der Baum älter wird, der Jahrring immer mehr hinter dem Inhalt des entsprechenden Zylinderrings zurückbleibt. Es zeigt sich so in dem relativen Jahrringinhalt ein Nachlassen der Kräfte der spätern Perioden im Vergleich zur Jugend neben dem, daß schon die Höhenwüchse und Jahrringdicken mit dem Alter immer niedere Reihengrade einschlagen. Zur genauen Feststellung der Jahrringinhalte (der Baumzuwachse) scheint es darum nothwendig zu werden, auch diese Einwirkung zu berücksichtigen. Auf den jugendlichen Reihengrad kann das sich verändernde Inhaltsverhältniß der Jahrringe nicht verstärkend einwirken, indem der Jahrring bestimmter im Anfang als am Ende der Jugend dem Zylinderring gleich ist, das Verhältniß also nicht anwächst, sich höchstens gleichbleibt.

Nach § 125 muß sich schon eine Zunahme der Baumform ergeben, wenn bei gleichbleibendem Höhenwuchs der Jahrringinhalt noch dem Zylinderring gleichkommt, es ist darum im Jünglingsalter, weil die Baumform doch nicht so stark zunimmt, ein Gleichbleiben des Inhaltsverhältnisses der Jahrringe mehr als hinlänglich, alle vorkommenden Veränderungen zu erklären; in den späteren Perioden kann das Inhaltsverhältniß der Jahrringe nur abnehmen, wie die Baumform nicht mehr zunimmt. Wir können die Veränderung, welche der Jahrring der Form und dem Inhaltsverhältniß nach erfährt, nur aus dem Verhalten der Baumform abnehmen, diese ist aber noch zu wenig untersucht, um bestimmte Zahlen dafür

angeben zu können. Nach den bayerischen Massentafeln gehört die größere Baumform einer Baumstärke von 5—8" d an, und zwar den relativ kürzeren Stämmen, bei größerem Durchmesser zeigt sich keine größere Baumform, wie verhältnißmäßig die Höhengrößen genommen werden; in diesem Fall zeigt die Eiche bei jeder Baumstärke die größere Formzahl = 0,60 und die kleinere bei relativ größeren Höhen = 0,50, also eine Schwankung von 0,10 auf 0,50—0,60, ebenso die Buche = 0,58—0,50, die Kiefer zeigt 0,54—0,43, aber bei größerer Baumstärke allgemeiner die kleineren Formzahlen 0,48—0,43, ebenso alle Nadelhölzer und die Birke eine Abnahme bei größerem Durchmesser und verhältnißmäßig größerer Höhe. Es zeigt dieß, daß die Baumform nur in der Jugend und dem Jünglingsalter zunehmen kann, daß die erlangte Form im günstigsten Fall erhalten wird, in den meisten Fällen aber abnimmt.

Es kann darum der relative Inhalt der Jahrringe mit dem Alter nur abnehmen und zwar im Zusammenhang und ähnlich, aber schwächer wie die Höhenwüchse und Jahrringstärken nachlassen; da diese aber und noch mehr die Jahrringinhalte selbst im Reihengrad sich bedeutend verändern, die Verhältnisse der Jahrringinhalte zum Zylinderring aber nur wenig, so verschwinden diese geringen Beträge gegen die Beträge durch den Abnahmegrad, indem sie sich mit jenem so verbinden, daß sie aus der Reihe der Jahrringinhalte nicht abgeleitet und ausgeschieden werden können. Diese Schwäche der Einwirkung erlaubt sie bei den Zuwachsreihen zur Abkürzung der Rechnungen unbeachtet zu lassen. Wendet man also bei Aufstellung von Baumzuwachsreihen, wie § 118 für jedes Alter dieselbe gleichbleibende Formzahl an, so wird das sich verändernde Inhaltsverhältniß der Jahrringe, durch Subtraktion der Reihe der Bauminhalte, nur theilweise richtig erhalten, weil die sich verändernde Baumform hierauf stark einwirkt; die Abweichung wird aber in der Jugend und dem Mannesalter beinahe Null sein, nur im Jünglingsalter wird man den Zuwachs etwas kleiner erhalten, als er ist, aber derselbe wird hier weniger stark bemerklich in den Abnahmegrad überlenken, also anfänglich etwas größer ausfallen, was später wieder ausgeglichen wird.

Die Veränderung der Baumform mit dem Alter ist auch nicht so bedeutend, wie die angegebenen Abstände der Formzahlen, die bis 20 Proz. betragen, anzeigen; nur sehr selten verändert derselbe

Baum seine Form so stark, daß er die kleinste und größte Form erlangt, welche erreicht wird, sondern andere Bäume sind es, welche die kleinste, andere, welche die größte Ausbauchung erreichen. Es ist zu denken, daß zur Erlangung der größten Ausbauchungsgrade auch ein guter Boden mitwirken muß, indem sich nur hier längere Zeit ein Jahrring ansetzen kann, der dem Zylinderring gleichkommt, ebenso ein solcher Entwicklungsraum und ein so freier Stand, daß die Ernährung im Allgemeinen begünstigt wird, ohne besonders auf die Höhenentwicklung zu wirken; auch ist zu denken, daß bei großer Höhe der Jahrringinhalt eher hinter dem Zylinderring zurückbleiben wird, als bei kleinerer Höhe, besonders wenn die Baumkronen sich gleich sind, weil dann der Zuwachs sich über eine größere Schaftoberfläche verbreiten muß.

Vom Durchschnittszuwachs.

§ 128. Der Durchschnittszuwachs eines Baumes ergiebt sich, wenn man den in n Jahren erlangten Bauminhalt durch die Zahl dieser Jahre theilt, = J.: n. Dieser Durchschnittszuwachs ändert sich mit jedem Jahre, wie der Bauminhalt sich vergrößert. Da wir die Reihe kennen, wie der Bauminhalt mit dem Alter sich ändert, so können wir hieraus auch auf die Reihe schließen, in welcher der Durchschnittszuwachs sich verändern muß.

Ist der Bauminhalt	so ist der Durchschnittszuwachs	Der Zuwachs
$= \frac{n^5+4n^4+5n^3+2n^2}{24}$	$\frac{n^4+4n^3+5n^2+2n}{24}$	$\frac{n^4+2n^3+n^2}{4}$
$\frac{n^3+3n^2+2n}{6}$	$\frac{n^2+3n+2}{6}$	$\frac{n^2+n}{2}$
$\frac{n^2+n}{2}$	$\frac{n+1}{2}$	n

Es ergeben sich hier für die Durchschnittszuwachse dieselben Reihengrade, in welchen sich auch die Zuwachse mit dem Alter verändern, aber andere Reihenglieder, sie gewähren dadurch keine Vereinfachung in der Rechnung, können sie aber unrichtig machen, indem man von der Zuwachsreihe abweichende Größen bekommt. Da zu den letzteren Reihen nur übergegangen wird, indem sie die vorgehenden höheren Reihen fortsetzen, so treten auch deren einfache Verhältnisse nie hervor, sondern zeigen sich nur im jährlichen oder periodischen Zuwachs.

§ 129. Wird der Durchschnittszuwachs aus einer bestimmten Baumgröße, welche t Jahreszuwachse enthält, abgeleitet, und dieser Durchschnittszuwachs benutzt, um daraus auf eine Baumgröße, welche mehr oder weniger Zuwachse enthält, zu schließen, so begeht man nach Vorhergehendem folgende Unrichtigkeit. Man setzt hier

$$n\left(\frac{t^4+4t^3+5t^2+2t}{24}\right)i^d = \left(\frac{n^5+4n^4+5n^3+2n}{24}\right)i^d.$$

Es wird also jede ältere oder jüngere Baumgröße, von der Baumgröße in einem t ten Jahre abhängig betrachtet, aber in ein unrichtiges Verhältniß zu ihr gesetzt. Dieß Mißverhältniß wird am größten, wenn die t te jährliche Baumgröße, aus der der Durchschnittszuwachs abgeleitet wird, einem höheren Alter angehört, es werden dann alle jüngeren Zuwachse viel zu groß angenommen, und die zugehörigen Baumgrößen dadurch unrichtig bestimmt, die älteren jedoch immer weniger.

Wenn wir die Baumdurchschnittszuwachse benützen, um dem Baumwachsthum zu folgen, setzen wir eine gemeine Reihe an die Stelle, wo von Natur eine Reihe 5ter Potenz eingehalten wird, das Resultat muß daher im Verhältniß unrichtig werden, wie der Abstand beider Reihen. Man vergleiche deßhalb den Durchschnittszuwachs der Grundflächen nach § 109.

Die § 118 angegebenen Baumdurchschnittszuwachse zeigen, daß dieselben mit dem Alter immer steigen und dadurch eine bedeutende Verschiedenheit in der Größe erreichen, man ersieht daraus, wie viel jeder ältere Durchschnittszuwachs alle jüngeren Baumgrößen und das Verhältniß des Zuwachses zu groß ergeben muß.

§ 130. Die Angaben von Durchschnittszuwachsen haben hiedurch im Allgemeinen keinen größern Werth, als die Vorrathangaben von diesen Altern. In den meisten Fällen muß man sogar, um aus den Durchschnittszuwachsangaben etwas abzunehmen, erst mit Hülfe des entsprechenden Alters die Bauminhalte wieder suchen. Hat man die Durchschnittszuwachse eines Baumes von mehreren Altern, so kann man nur aus den entsprechenden Vorräthen die periodischen Zuwachse finden, und aus diesen auf den Zuwachsgang schließen. Der Schluß aus dem Verhältniß der Durchschnittszuwachse ist immer unsicher und umständlich, wie folgt. Verhalten sich die Durchschnittszuwachse zweier Baumgrößen wie die Quadrate

der ihnen entsprechenden Alter, so steigt der Bauminhalt meist im Kubus, verhalten sie sich wie die Jahre, so steigt der Inhalt nur wie die Quadrate. Martin gibt in seinem „Der Wälder Zustand und Holzertrag" z. B. folgende Durchschnittszuwachse von Kiefernstämmen des Hauptmoorwaldes an:

Im Alter	70—100	Durchschnittszuwachs	0,537
	100—150	„	0,785
	150—200	„	0,962

Stiege nun der Durchschnittszuwachs wie die Jahre, so müßte er sein

vom	70. — 100.	100. — 150.	150. — 200. Jahr
	0,537	0,804	1,072
oder	0,480	0,720	0,960

Es steigt also hier der Zuwachs vom 70. — 100. noch wie das Quadrat der Jahre, dann in geringerer Reihe, vom 150. Jahre an höchstens anfänglich in gemeiner Reihe. Es läßt sich daraus schließen, daß nach dem 120. Jahr kein Höhenwuchs mehr erfolgt, und daß vom 150. Jahr an die Jahrringe auf der Grundfläche an Dicke stark abnehmen, an Fläche sich kaum gleichbleiben.

Vergleichen wir hiemit die § 118 gegebene Reihe, so zeigt sich, daß diese Kiefern einen etwas langsameren Wuchs haben, daß wir für sie den Kulminationspunkt etwa vom 20. auf das 24. Jahr setzen müssen, daß sie aber das andauernde Wachsthum wie die angegeben Reihen der Buchen nicht haben. Aus dem Durchschnittszuwachs kann man so nur auf die Baumzuwachsreihe schließen, wenn die Entwicklung im Allgemeinen bekannt und sich ähnlich ist.

Vom Wachsthum der Baumkrone.

§ 131. Legt ein Ast ohne seine Seitenzweige in demselben Verhältniß wie der Schaft einen Jahrring auf, so wächst er schon wie dieser, erstreckt sich nun auch der Jahrring über die vorhandenen Seitenzweige, so wächst der Ast schon stärker, als der Schaft, vermehrt sich nun noch jährlich die Verzweigung des Astes, so erhöht dieß die Reihe noch mehr; da es nun viele Aeste sind, welche die Baumkrone bilden, und da sich an allen zugleich ein solches Wachsthum äußert, so liegt des Vermögen in der Astmasse, stärker, als die Schaftmasse, zu wachsen. Da nun die Astmasse gewisse Verhältnisse zur Schaftmasse nicht überschreitet, indem sie selbst im freien Stande $1/3$ der Schaftmasse kaum erlangt, so kann sie auf

die Länge, oder durchschnittlich nicht stärker als die Schaftmasse sich vermehren. Im andern Fall müßte auch die Astmasse nach und nach ein Uebergewicht erlangen, welches die aufrechte Stellung gefährdete. Da nun dieß nicht eintritt, so müssen nach Erlangung eines gewissen Maximes immer bestimmte beschränkende Verhältnisse eintreten und entgegenwirken, solche bestehen nun:

1) In der größeren Verdunstung, welcher ein Baum mit mehr Aesten ausgesetzt ist, welcher der Saftzufluß das Gleichgewicht halten muß; die Astmasse ist darum vom Nahrungs- oder Saftzufluß abhängig.

2) In dem Ueberwachsen der untern oder ältern Aeste von den später angesetzten, den oberen, so daß die Ernährungsgelegenheit mit Entziehung des Licht- und Thaugenusses bei den älteren Aesten immer abnimmt, wie sich die jüngeren mehr verbreiten. Es zeigen dadurch die Aeste, neben dem, daß sie nicht schwächere Jahrringe haben als der Schaft, auch noch ein früheres und stärkeres Nachlassen im Wachsthum der Querschnitte und der Jahrringstärke, aber auch eine kürzere Dauer, es wird kein Ast so alt als der Schaft. Es stehen deßhalb die Aeste in Bezug auf ihre Entwicklung zu dem Schaft in einem Verhältniß, wie Stockausschläge zu Samenpflanzen derselben Holzart.

§ 132. Der zylindrische Raum, in dem der Baum auf seiner Krone sich verbreitet, kann, da die Schirmfläche des Baumes nach § 110 in der Jugend nicht stärker wie $n^2 sf^d$ und die Höhe nicht stärker wie $n^2 h^d$ zuwächst, sich nicht stärker wie n^4 vergrößern. Dieß Wachsthum dauert jedoch nur so lange, als bis der Baum auf den Boden beastet bleibt; wie die Krone sich vom Boden erhebt, ein Theil des Schaftes astrein wird, ist diese Raumvermehrung nicht mehr möglich, um so weniger, wie auch das Höhenwachsthum und das Schirmflächenwachsthum nachläßt. Der Kronenraum kann sich darum nur in der Jugend wie n^4 vergrößern, im Jünglingsalter schon nur wie n^3, im Mannesalter nur wie n^2, am Ende desselben nur wie n, im Greisenalter kann er sich gleichbleiben, ja selbst abnehmen, wie die Krone durch Absterben der Gipfel und Aeste kleiner wird.

Das Erheben der Baumkrone vom Boden wird nur dadurch veranlaßt, daß die unteren Aeste nach und nach absterben. Nur den oberen Aesten, die im vollen Genuß des Lichtes und Thaues stehen, ist es möglich, in einem höhern Grade nach allen Seiten sich zu vergrößern, aber dadurch überwachsen sie die tiefer stehenden Aeste nach und nach so vollständig, daß deren Wachsthum geschwächt wird, zuerst die ältere Verzweigung, die innere Belaubung verlieren und endlich dürr werden. Die Blatt= und Zweigmasse wird dadurch vorzüglich an die äußere Fläche der Krone und den Gipfel hingedrängt, die älteren Astheile und der ältere Schafttheil werden mehr frei von Zweigen und Blättern. Man hat hier zwei Stellungen zu unterscheiden:

1) Bei unbeschränktem Wachsraum, freiem Stand erlangt der Baum die größte Krone und größte Astmasse im Verhältniß zur Schaftgröße, hierbei bleiben erwachsene Bäume noch oft bis zum Boden beastet, es stirbt hier nur die kleine Verzweigung, die nach und nach ins Innere der Krone versetzt wird, ab. Nur wenige Bäume haben die eigenthümliche Neigung, auch im freien Stand den Schaft theilweise astrein herzustellen.

2) In geschlossener Stellung wird der Wachsraum eines jeden Baumes durch nahestehende Bäume und deren mehr oder weniger gleichkräftigem Streben nach Verbreitung gegenseitig beschränkt, die Krone kann sich nur durch den Höhenwuchs vergrößern, aber alle unteren Aeste werden bald überwachsen und abständig.

Die Baumkrone erleidet hierbei eine doppelte Beschränkung, eine seitliche, der Durchmesser der Krone wird kleiner im Verhältniß zur Schaftgrundfläche als im freien Stand; eine zweite in der Länge, indem der größte Theil des Schaftes astrein wird, der Baum wird langschaftiger, die Krone kürzer. Die Holzarten ertragen jedoch eine Beschränkung der Krone nicht gleichmäßig, manche leben mit sehr kleiner Krone und ganz überwachsen noch lange, wie die Fichte, im Allgemeinen kommen Laubhölzer bei starker Beschränkung der Krone früher zum Absterben als Nadelhölzer, jedoch die Kiefer und Lerche früher als die Tanne und Fichte, die Eiche und Pappel eher als die Buche und Esche. Der Antheil der Krone an der Baumlänge nimmt im Schluß durchschnittlich in folgender Reihe ab.

Höhe	5	10	20	30	40	60	80	100	120
Laubholz	1,	0,92	0,78	0,66	0,55	0,45	0,37	0,32	0,29
Kiefern	0,98	0,77	0,51	0,37	0,29	0,23	0,19	0,16	0,14

§ 133. Das Wachsthum der Astmassen läßt sich aus der Verdickung der vorhandenen Aeste und aus der erfolgten Verlängerung und neuen Verzweigung erkennen, es läßt sich aber übersichtlicher darstellen in einem Astkegel nach § 47 und zeigt sich dann in Aenderung der Grundfläche, Länge und Form des Astkegels. In der Dicke stehen die stärksten Asttheile meist um $^1/_3$—$^3/_4$ hinter dem Schaftdurchmesser; dieß wird veranlaßt, dadurch daß die Jahrringe an den Aesten beinahe immer schwächer sind als am Schaft, dann daß ihre Stärke bald abnimmt. Der Durchmesser wächst nur eine Zeit lang in gemeiner Reihe, aber bald in geringerer meist nur wie $n^1/_2\ d^d$, also wie Stockausschläge § 107. Das Letztere wird vorzüglich durch das Ueberwachsen der älteren Aeste von den jüngeren veranlaßt, wie dieß vollkommen eintritt, erfolgt ein Absterben. Es steht darum auch der älteste Ast immer in der Jahrringzahl hinter dem Schaft zurück, und zwar um so mehr, je älter der Baum ist und je höher der Ast abgeht. Wenn ein Baum z. B. 60 Schuh astrein ist, stehen die Aeste im Alter um so viel Jahre zurück, als verflossen sind, bis der Baum 60′ Höhe erreichte, wie also die Aeste näher dem Gipfelende stehen, zählen sie weniger Jahrringe. Ein Längezuwachs erfolgt an der Astmasse an beinahe allen Zweigenden, dann aber auch noch durch neue Verzweigungen. Die jährlichen Längstriebe sind jedoch nur an den oberen Aesten, welche zum Bezug des Lichtes ꝛc. die günstigste Stellung haben, so stark, als am Schaftende, an allen andern sind sie kürzer, um so mehr, je mehr sie überwachsen sind; auch erfolgt nur an den oberen Aesten eine stärkere Verästelung, an der untern ist sie immer geringer, an den untersten sterben selbst mehr Zweige ab, als neue gebildet werden. Diese verlieren die Seitenzweige bis an die Spitze, welche noch die freie Atmosphäre erlangt und erst mit dem Ast abstirbt.

Die Länge der neuen Triebe wechselt jedoch durch das mit dem Alter sich mindernde Zuwachsvermögen in den verschiedenen Altersperioden an den oberen Aesten und unverhältnißmäßig auch an dem tiefer stehenden, im Zusammenhang mit dem Schafthöhenwuchs; die längsten Triebe erfolgen nur in der Jugend und dem Jünglings-

alter, im Mannesalter werden sie kurz, und im Greisenalter sind sie nicht länger, als ein neuer Endknospenansatz erfordert. Das Längenwachsthum eines einzelnen Astes ohne Seitenzweige wird dadurch gleich der Reihe § 88 für Stockausschläge. Die Zahl der Endzweige kann sich in der Jugend an den obern Aesten wie n^3 vermehren, aber im Jünglingsalter schon nur wie n^2, im Mannesalter nur wie die Jahre, kann sich aber auch gleichbleiben, im Greisenalter selbst abnehmen. Erhält sich die Astmasse immer in demselben Verhältniß zur Schaftmasse und behält auch die größte Kreisfläche der Astmasse immer dasselbe Verhältniß zur Schaftgrundfläche, so muß auch die Höhe eines Reduktionszylinders für die Astmasse wie die Baumhöhe wachsen, d. h. in der Jugend wie n^2h^d, im mittleren Alter wie nh^d, im Mannesalter wie $n^{1/2}$ und wird im Greisenalter eine gleichbleibende Größe. Bildet man aber nach § 47 aus der Astmasse einen Kegel, so wird bei diesen Verhältnissen die Länge der immer um eine Einheit dünneren Kegeltheile in einer höheren Reihe zunehmen, und zwar in der Jugend in der höchsten, weil hier die Längstriebe und die Verzweigung am größten sind, die Länge des Astkegels wird dadurch in der Jugend am stärksten anwachsen, derselbe wird aber auch hier die größte Einbauchung zeigen, später wird beides nachlassen.

Wie mit der Baumstärke zur Erlangung gleicher Astmassenverhältnisse die Kegelform, das Verhältniß der Länge der Kegeltheile und die Länge des ganzen Astkegels wechseln muß, zeigen folgende Beispiele.

1) Ist die Schaftstärke $d = 4$, $h = 48$, $I = 3{,}016$, so führt folgende Zusammensetzung des Astkegels auf das entsprechende Astmassenverhältniß.

Der Astzylinder				
Durchmesser	Länge $= n^4$	Inhalt	Länge $= n^5$	Inhalt
0,1	1	0,008	1	0,008
0,075	16	0,071	32	0,141
0,08	81	0,160	243	0,476
0,025	256	0,123	102?	0,503
Sa	324	0,362	1300	1,128
			$\frac{1}{2}$=650	0,564

Im ersten Fall nimmt die Länge der dünnern Asttheile wie n^4; im zweiten wie n^5 zu, im 1. ergibt sich ein Astmassenverhältniß $= \frac{1}{8{,}3}$ der Schaftmasse, im letzteren von $\frac{1}{2{,}6}$; ein entsprechenderes Verhältniß erhält man, wenn man die letztere

Größen zur Hälfte nimmt $\left(= \frac{1}{5,3}\right)$. Die Länge des Astreduktionszylinders ist im

1. Fall $= \frac{0,36200}{0,00785} = 46,1$ die Reduktionszahl $= \frac{354}{46.1} = \frac{h}{7,6}$

2. „ $= \frac{1,12800}{0,00785} = 143,6$ „ „ $= \frac{1300}{143} = \frac{h}{9,5}$

2) Ist die Schaftstärke d = 8, h = 70, I = 17,59 und die Zusammensetzung des Astkegels wie folgt:

Der Astzylinder		
Durchmesser	Länge $=n^3$	Inhalt
2″	1	0,031
1,75	8	0,192
1,5	27	0,477
1,25	64	0,785
1,	125	0,981
0,75	216	0,735
0,5	343	0,662
0,25	312	0,250
Sa	1296	4,123

Die Länge der dünneren Asttheile nimmt hier wie n^3 zu; die Astmasse erlangt ¼ der Schaftmasse; die Länge des Astreduktionszylinders ist hier $= \frac{4,123}{00,314} = 131$, die Reduktionszahl $= \frac{1296}{131} = \frac{h}{9,8}$. Das Verhältniß zur Schaftlänge $= \frac{1296}{70} = 18,5$.

3) Ist die Baumstärke 1,6 = d, h = 110, so ist der Inhalt 110,6, nimmt die Länge der immer dünneren Asttheile wie n^2 zu, so ergibt sich die Astmasse gleich $\frac{1}{4,7}$ wie folgt:

Der Astzylinder					
Durchmesser	Länge $=n^2$	Inhalt	Durchmesser.	Länge	Inhalt
4	1	0,126	2	81	2,544
3,75	4	0,442	1,75	100	2,410
3,5	9	0,866	1,5	121	2,138
3,25	16	1,327	1,25	144	1,770
3	25	1,767	1	169	1,340
2,75	36	2,138	0,75	225	0,980
2,5	49	2,405	0,50	256	0,500
2,25	64	2.545	0,25	189	0,147
Latus 1	204	11,616	Latus 2	1385	11,829
			„ 1	204	11,616
			Sa	1589	23,445

Die Länge des Astreduktionszylinders ist $= \frac{23445}{0,126} = 166$; die Reduktionszahl ist gleich $\frac{1589}{186} = \frac{h}{8,5}$. Das Verhältniß zur Schaftlänge $= \frac{1589}{110} = 14,4$.

Das Verhältniß der Länge wird nur wenig geändert, wenn der Stärkeunterschied kleiner genommen wird. Es zeigt sich hier, daß weil in der Jugend die einjährigen Triebe länger und zahlreicher sind, das Verhältniß der älteren zu den jüngeren und immer dünneren Triebe n^5 sein kann, während es im Mannesalter auf n^3 und selbst auf die gemeine Reihe zurückgehen kann. Es zeigt so

die Summe der Längstriebe ein so starkes Wachsthum wie die Schaftmasse. Nur durch das Vorherrschen der dünneren Verzweigung wird so die Krone in der Jugend relativ größer, die Schirmfläche breiter, ohne daß mehr Astmasse vorhanden ist. Die Reihe, in der die Länge des ganzen Astkegels anwächst, läßt sich annähernd durch folgenden Ausdruck angeben $\left(\frac{n^5}{n^{(n^{1}/_{3})}}\right) h^d$.

§ 134. Vergleicht man das Wachsthum des Kronenraumes mit dem Wachsthum des Baumschaftes, so zeigt der Kronenraum eine niederere Reihe, es muß dann die Astmasse, um der Reihe der Schaftmasse gleich zu kommen, sich mit dem zunehmenden Alter immer dichter in dem Kronenraum verbreiten, dieß ist nun der Fall 1) indem der Baum immer stärkere Aeste bekommt; diese Aststärke nimmt aber nicht wie das Baumalter zu, schon weil die Jahrringzahl der Aeste gegen die des Schaftes immer mehr zurückbleibt; 2) weil die Kronen älterer Bäume eine dichtere Stellung der jüngeren Endzweige zeigen; dieß ist aber vorzüglich gegen die äußere Kronenfläche zu der Fall, im Innern derselben fehlt die Verzweigung, die unteren Aeste sind meist eine längere Strecke ohne alle Verzweigung; 3) weil nach vorhergehendem Paragraph die Einbauchung des Astkegels mit dem Alter abnimmt. Es wird das Wachsthum der Astmasse nur in der Jugend vorherrschend durch ein Verlängern des Astkegels bewirkt, später mehr durch ein Verdicken und Vermindern der Einbauchung; die Summe der einjährigen Längstriebe nimmt mit dem Alter sobald nicht ab, sie kann aber durch die Längensumme der absterbenden Aeste aufgewogen werden, so daß der Astkegel keine Verlängerung erleidet, was mit dem Alter immer zunimmt.

Die Erfahrung zeigt, daß die Astmasse ihrem Kubikinhalte nach an einem Baume immer zunimmt, so lange er nur kräftig wächst, daß sie erst im Greisenalter abnimmt, wo sich meist auch der Kronenraum mindert; Im Verhältniß zur Schaftmasse zeigt sie ein Gleichverhalten, besonders wenn ein Baum frei steht oder von einer geschlossenen Stellung in eine freie kommt, in geschlossener Stellung aber beobachtet man oft ein Abnehmen der Astmasse im Verhältniß zum Schaft, besonders bei Erlangung größerer Längen im Verhältniß zum Durchmesser.

Rechnet man zu dieser, an einem Baume immer vorhanden bleibenden Astmasse, noch die durch das Ueberwachsen und Absterben verloren gehende Astmasse, so zeigt sichs, daß die ganze Astmassenerzeugung, besonders in der Jugend, stärker oder in höherer Reihe als die Schaftmasse fortschreitet. Von den früheren Astmassenzuwachsen ist immer nur der letztjährige noch ganz am Baume vorhanden, aber von den älteren Zuwachsen immer weniger Theile, indem von den ersten Aesten meist nichts mehr vorhanden ist, und zwar um so gewisser nichts mehr, je höher und älter der Baum ist, und um so weiter er astrein ist. Im Schluß begreift die Astmasse bei jungen Stämmen nur Asttheile, welche in den letzten 10—20 Jahren angesetzt wurden, mehr an älteren, aber am meisten an alten und freistehenden Stämmen, wo der Höhenwuchs schwach ist oder fehlt.

Vom Wachsthum der Baumoberfläche.

§ 135. Auf die Oberfläche und deren Wachsthum wirkt der Durchmesser oder Umfang und die Höhe, dann auch die Baumform ein, indem die letztere in den verschiedenen Altersperioden, die der Baum durchlebt, ebenfalls eine Aenderung erleidet, deren Einfluß auf die Oberfläche eine Beachtung verdient. Die große Verschiedenheit der Formen des Schaftes von den Formen der Aeste macht eine gesonderte Betrachtung nöthig.

Die Formen der Schäfte zeigen die § 35, 36, aber über die Formänderung, welche das Alter veranlaßt, fehlen noch die nöthigen Erfahrungen; diese kann jedoch nicht bedeutend auf die Oberfläche wirken, weil diese sich verhältnißmäßig weniger ändert. Die Oberfläche ist z. B.

für die Baumform $\frac{gh}{2}$ nach § 23 $= \frac{2ph}{3} = \frac{8ph}{12}$;

für die Baumform $\frac{2gh}{3}$ nach § 24 $= \frac{3ph}{4} = \frac{9ph}{12}$.

Die Reduktionszahl der Oberflächen verändert sich so bei einer bedeutenden Aenderung der Baumform nur um $1/_{12}$. Da bei demselben Baum die Veränderung der Form von der Jugend, wo die kleinste, bis zum Mannesalter, wo die vollste Form erreicht wird, nicht so viele Prozente beträgt, so wird auf das Oberflächenverhältniß unbedeutend eingewirkt.

Der durch Zusammensetzung der Astcylinder sich ergebende eingebauchte Kegel verändert seine Form von $\frac{gh}{6}$ — $\frac{gh}{10}$ § 52, 133, die Reduktionszahl für den Inhalt beträgt durchschnittlich $\frac{1}{8}$. Der Astkegel ist 7 bis 30mal so lange als der Schaftkegel, wenn die Masse von $\frac{1}{9}$—$\frac{1}{3}$ wechselt, wenn die größte Aststärke $= \frac{d}{4}$ und bei $\frac{1}{6}$ Astmasse ist z. B. das Astlängenverhältniß gleich 10,6 mal der Schafthöhe, gleich $\frac{d^2\pi}{4} \cdot \frac{h}{2} \cdot \frac{1}{6} = \frac{d^2}{16} \cdot \frac{\pi}{4} \cdot \frac{xh}{8}$, bei $\frac{1}{3}$ Astmasse = 21mal Schafthöhe. Die Reduktionszahl der Astoberfläche wechselt hiebei nur von $\frac{ph}{3}$: $\frac{ph}{4}$ beträgt durchschnittlich $\frac{2}{7}$.

§ 136. Da der Durchmesser des Baumschaftes in der Jugend wie $n^{3/2} d^d$ und die Höhe wie $n^2 h^d$ wächst, so wächst die Oberfläche wie $n^{7/2} = n^{3\frac{1}{2}} d^d h^d$. Diese Reihe mindert sich jedoch schon in dem Jünglingsalter, wie die Höhenwüchse nicht mehr zunehmen, noch mehr im Mannesalter, wo die Jahrringstärke nicht mehr zunimmt, die jährlichen Höhenwüchse abnehmen, und im Greisenalter, wo sie endlich fehlen. Die Reihe der Oberflächen steigt so im Mannesalter nur noch wie $n d^{d\pi} n h^d = n^2 d^d \pi h^d$, oder wie $n d^d \pi n^{1/2} h^d = n^{3/2} d^d h^d$, im Greisenalter, wo die Baumhöhe $= H$ sich gleich bleibt und die Jahrringstärke abnimmt, nur wie $n^{1/2} d^d{}_{\pi} H$. Das Wachsthum der Schaftoberfläche kann nie zum Stillstand kommen, sie muß immer zunehmen, so lange der Baum lebt, wenn auch kein Höhenzuwachs mehr erfolgt, muß doch der Umfang immer zunehmen, denn die Erhaltung des Baumlebens liegt im Auflegen eines Jahrringes, im Verdicken. Ein Verkleinern der Oberflächen, das manchmal durch ein Gipfeldürrwerden vorkommt, wird man hier nicht anzuschlagen haben. Die Oberfläche des Baumschaftes muß jedoch in immer niederer Reihe wachsen als der Baumkörper, weil die Oberfläche, wie der Baum dicker wird, eine immer kleinere Vergrößerung braucht, um eine gleiche des Baumkörpers zu ermöglichen. Die Reihe des Oberflächenwachsthums läßt sich allgemein, wie § 118—121 für den Baumkörper und Jahrring durch Verbindung von 2 Reihen geben, wovon die 2te das entsprechende Nachlassen bewirkt und negativ wirkt.

Zur einfachen Darstellung des Wachsthums hat man sich öfter verschiedene Abkürzungen erlaubt, z. B. $n^2 h^d = \frac{n^2 + n}{2} h^d$ gesetzt, da aber nur der Reihengrad das Bestimmende für das Wachsthum ist, so bringen diese Abkürzungen keine Fehler, indem auch die Differenz der Reihe bei der Anwendung gleichmäßig geändert wird. Auch die Uebergänge von Reihen höherer Potenzgrade zu niederern erfolgen immer so allmälig, daß dabei der Zuwachs keine Schwankung macht, es wird so, wenn man von einer Reihe höherer Potenz zu einer niederern übergeht immer die Differenz der niederern Reihe so viel mal größer, daß mit dem Reihengrad nur das Anwachsen der betreffenden Reihe geändert wird.

§ 137. Die Astoberfläche vergrößert sich von Jugend an in stärkerer Reihe als die Schaftoberfläche. Wenn Schaft und Aeste auch der Masse nach gleichmäßig wachsen, so muß die Astoberfläche doch stärker wachsen, weil die Schaftmasse von einer Oberfläche eingeschlossen ist, die im Verhältniß zum Inhalt kleiner wird, wie der Baum dicker wird, während die Astoberfläche durch Vermehrung der Zweige sich rasch vergrößern kann. Das Wachsthum der Astoberfläche kann jedoch der Schaftoberfläche schon mit dem Eintritt des Mannesalters gleichkommen, indem sie von dort an immer ein gleichvielfaches, z. B. immer das Doppelte der Schaftoberfläche beträgt. Dieß wird dadurch hergestellt, daß die Verlängerung der Zweige unbedeutend wird, die Verzweigung nachläßt und die Aeste sich nicht mehr vermehren, indem so viel Aeste absterben, als sich oben neue bilden.

Wenn sich die ganze Astkegellänge in der Jugend wie n^3mal die Differenz des Längszuwachses des Astkegels, im Jünglingsalter wie $n^2 l^d$, im Mannesalter wie nl^d verhält und der Astdurchmesser in der Jugend nd^d anwächst, so wäre die höchste Reihe, in welcher die Astoberfläche wachsen kann, $= n^3 l^d nd^d = n^4$. Aber auch diese Reihe scheint nur möglich, so lange keine Aestchen absterben und die Stärke der aufgelegten Jahrringe an den Aesten sich gleichbleibt. Im Mannesalter wächst aber die Oberfläche nur noch wie $nl^d nd^d$, oder $n^{3/2} l^d n^{1/2} d^d = n^2 l^d d^d$. Im Greisenalter kann nicht nur auf die gemeine Reihe zurückgegangen werden, sondern die Astoberfläche kann sich gleichbleiben, selbst abnehmen. Verhält sich im Mannesalter

die Summe der Astlängen z. B. wie 1000mal der Schaftdurchmesser, und ist dabei die Reduktionszahl für die Oberfläche von der Höhe auf den größten Astumfang = $^{2}/_{7}$, so verhält sich die Oberfläche wie $\frac{2h}{7} \cdot \frac{d}{4} \pi = \frac{2}{7} \cdot \frac{d}{4} \pi \cdot d \cdot 1000 = 224{,}4\ d^2$, oder die Astoberfläche verhält sich wie das Quadrat des Schaftdurchmessers. (§ 47, 52, 133, 133, 134.) Sie kommt in diesem Fall in der Reihe und in der Größe der Schaftoberfläche gleich. Eine höhere Reihe wie n^4 ist durchschnittlich für das Wachsthum der Astoberflächen auch in der Jugend schon darum nicht möglich, weil die Oberfläche des Astkegels sich nicht so stark wie sein Inhalt vermehren kann, indem die Aeste auch dicker werden und die Verlängerung und Verästelung bald nachläßt. Auch müßten sich die Verhältnisse zwischen Schaft- und Astoberflächen schnell und auffallend ändern, wenn eine höhere Reihe vorkäme.

Man könnte das Wachsthum der Schaft- und Astoberflächen auch vereint darstellen, indem eine höhere Reihe die niederen leicht aufnimmt, wenn die Astoberfläche nicht stärker als die Schaftoberfläche im höhern Alter im Wachsthum nachlasset.

Denkt man sich die Oberfläche eines Baumes durch Querschnitte, welche in kürzeren Längsabständen angebracht werden, getheilt und von den Aesten und in der Tiefe von den Wurzeln, bei demselben Querschnitte vereinigt, so bekommt die sich bildende Figur Aehnlichkeit mit der äußern Fläche eines Kelches. Der Schaft bildet den engsten Theil, den Stengel, der um so länger wird, je weiter der Schaft astrein, wo die Aeste beginnen, erweitert sich die Oberfläche dieses Stengels glockenförmig. Da die unteren Aeste länger sind, so vermehren sich die Aeste, die zusammenwirken, zuletzt ist es mehr die kleine Verzweigung, die zusammenhilft. Mit dem Wachsthum des Schaftes und seiner Krone muß sich dieser Kelch verlängern und erweitern, wie das Wachsthum nachläßt, wird zuerst der Becher sich mehr gleichbleiben, aber endlich selbst abnehmen, der Stengel aber immer an Dicke zunehmen.

Wachsthum des Rindenkörpers.

§ 138. Die Rindenmasse eines Baumkörpers wächst

1) indem sie sich mit der Baumoberfläche ausdehnt;

2) indem sie dicker wird.

Auch die Rinde nimmt um Jahrringe zu, jedoch so, daß die älteren Jahrringe gegen außen stehen, absterben und durch Zunahme des Baumumfanges so ausgedehnt werden, daß sie endlich aufreißen, verwesen und sich abschürfen. Nur bei wenigen Holzarten (§ 54) reißt die Rinde nicht auf und schält sich nicht ab, diese zeigen jedoch für sich schon eine schwächere Verdickung und behalten dünnere Rinden. Die Rindendicke nimmt hiedurch nicht in dem Grade, wie der Holzkörper immer zu, sondern die Verdickung läßt immer mehr nach, wie die Baumtheile älter werden. Die Verdickung läßt sich annähernd wie folgt geben. Ist r^d die Dicke, welche die jüngere einjährige Rindenschichte zeigt, so ist die Rindendicke oder die Reihe der Verdickung in einem nten Jahr $= n^{1/2} r^d = \left(\sqrt{n}\right) r^d$.

Sowie an den Baumtheilen in der Höhe das Alter abnimmt, zählt die Rinde weniger Schichten und ist dünner, die Reihe, wie sie dünner wird, zeigt ebenfalls die Wurzel aus dem Alter an, das die Rinde in dieser Höhe hat.

Für das Wachsthum der Schaftoberfläche ergab sich § 135 für die Jugend die Reihe $= n^{3/2} d^d \pi n^2 h^d = n^{7/2} p^d\ h^d$. Da man eine mittlere Rindendicke hiemit in Verbindung bringen muß, indem der Baum nur unten die volle Rindendicke zeigt, so hat man $\sqrt{\frac{n}{2}}\, r^d$ mit der Oberfläche zu multipliziren; dieß gibt $= n^{7/2} p^d h^d . \left(\frac{n}{2}\right)^{1/2} r^d = \frac{n^4}{2}\ p^d\ h^d\ r^d$.

Beträgt die Oberfläche des Schaftes $\frac{2}{3}$ des Zylinders, so wächst der Rindenkörper in der Jugend wie $= \frac{2n^4}{6}\ p^d\ r^d\ h^d$ im Jünglingsalter wie $\frac{2n^3}{6}\ p^d\ h^d\ r^d$; im Mannesalter wie $np^d \frac{2}{3} . \left(\frac{n}{2}\right)^{1/2} h^d\ n^{1/2} r^d = \frac{2n^2}{3}$.

Wenn die Oberfläche der Aeste in der Jugend wie n^4 wächst, so ergibt die Verbindung mit dem Wachsthum der Rindendicke die Reihe $n^9/_2 = n^3\ l^d\ np^d\ n^{1/2} r^d$, eine Reihe, welche dem Wachsthum der Baum- und Astmasse nahe, doch nicht gleichkommt (133).

Von diesen Reihengraden wird zurückgeblieben, wie die Jugendperiode durchlaufen ist, wie schon mehrfach angegeben.

§ 139. Da der Holz- und der Rindenkörper eines Baumes eine gleiche Länge haben und die Reduktionszahlen für beide immer relativ gleichbleibend angenommen werden können, so verhalten sich ihre Massen wie der durchschnittliche Antheil an der Kreisfläche, die sie zusammen bilden. Enthält der Holzkörper n Jahrringe von gleicher Dicke und der Rindenring hat dieselbe Dicke, so wachsen beide wie $\left(\frac{n^2+n}{2}\right)\frac{dd^2\pi}{2} : (n+1)\frac{dd^2\pi}{2}$. Ist der Rindenkörper so dick wie 2 Jahrringe, so wird das Verhältniß folgendes: $\left(\frac{n^2+n}{2}\right)g^d : (n+1)+(n+2)\,g^d$. Die Rindenmasse wird verhältnißmäßig immer kleiner, wie der Holzkörper mehr Jahrringe zählt. Ist in der Jugend die Grundfläche des Holzkörpers $=\left(\frac{n^3+3n^2+2n}{6}\right)\frac{dd^2\pi}{2}$ und die des Rindenkörpers $= n^{3/2}\,d^d\,\pi\,n^{1/2}\,r^d$, so verhalten sich beide wie $n^3 : n^2$. Ist im Mannesalter das Wachsthum der Grundfläche des Holzkörpers $= \frac{n^2+n}{2}.\frac{dd^2\pi}{2}$ und das der Grundfläche des Rindenkörpers $nd^d\pi\,.\,n^{1/2}\,r^d$, so verhalten sich beide wie $n^2 : n^{3/2}$. Bleibt in höherem Alter die Jahrringstärke der Rinde nicht verhältnißmäßig ebenso zurück wie die Jahrringstärke des Holzkörpers, so bleibt das Verhältniß zwischen beiden sich endlich gleich, man kommt bei einem äußersten (kleinsten) Verhältniß an, bei dem Rinde und Holzkörper stehen bleiben, indem sie gleichmäßig wachsen, wie folgende Ausdrücke anzeigen $n\,\frac{dd^2\pi}{2} : n^{1/2}\,d^d\pi\,.\,n^{1/2}\,r^d$.

Ein immer fortschreitendes Abnehmen des Rindenverhältnisses ist nur möglich, wenn sich endlich die Rindendicke völlig gleichbleibt, aber die Reihe $n^{1/2}\,r^d$ veranlaßt endlich von selbst nur eine so unbedeutende Zunahme der Rindendicke, daß sie nur beim Zusammenfassen vieler Jahre kenntlich wird.

Ueber die Vermehrung der Blattmasse.

§ 140. Der Raum, in dem sich die Blattmasse verbreitet, wächst nicht wie die ganze Raumeinnahme des Baumes gleich Schirmfläche mal Höhe, indem in den meisten Fällen die Krone nicht auf dem Boden aufsitzen bleibt, § 132, sondern sich immer mehr von ihm entfernt, wie der Schaft länger astrein wird, dann bleibt auch von der Baumkrone immer nur mehr die äußere Schichte be=

laubt, indem die inneren und älteren Asttheile die Belaubung verlieren, wie der fehlende Lichtzutritt die Blattfunktionen beschränkt, und der Knospenbildung dadurch ein Ziel setzt. Nur auf der älteren Rinde des Laubholzes können sich schlafende Knospen entwickeln, beim Nadelholz ist dieß nicht möglich, bei der Kiefer sind es nur die 3 letzten Jahrestriebe, bei der Fichte aber die 6 letzten Jahrestriebe, welche Nadeln haben. Es behält dadurch immer nur die äußere Schichte des Kegels oder der Kugel, welche die Krone bildet, Nadeln oder Laub. Bei Laubholz entwickeln und erhalten sich zwar einzelne Knospen auch im Innern der Krone selbst an älteren Rindentheilen, jedoch wird auch hier immer nur eine sehr vereinzelte Blattstellung erreicht, und je älter aber der Baum wird, desto mehr verliert sich die Belaubung im Innern der Krone.

Die Belaubung eines Baumes ist sehr verschieden 1) nach der freien oder beengten Stellung, die er hat; bleiben sich diese Verhältnisse gleich, so verhält sich 2) die Belaubung wie die zufließende Nahrung; 3) unter den Holzarten besteht eine Verschiedenheit durch die verschiedene Schnelligkeit ihrer Entwicklung, die Schnellwüchsige erlangt früher mehr Laub, wird aber in höherem Alter von der Langsamwüchsigen übertroffen; 4) in der eigenthümlichen Dichtheit, welche die Belaubung erlangt, bei der Buche, Heinbuche, Linde, Fichte ist die Krone immer dicht; diese Dichte nimmt aber auch hier lange mit dem Alter zu, bei dem Ahorn und der Ulme schon weniger lange, noch weniger lange bei der Eiche und Aspe, die Dichtheit nimmt bald ab bei der Kiefer, Lerche, sie zeigen die lichteste Belaubung.

Die Reihe, wie die Blattmasse sich vermehrt, ist schwer zu bestimmen, man kann ihr Wachsthum nicht wie das des Jahrringes durch Messung und Rechnung verfolgen, man könnte dieß nur durch ein jährliches Sammeln der Blattabfälle einzelner Bäume erreichen, was sehr schwer ist, man ist darum hier mehr auf ein Vergleichen mit dem Augenmaß, auf Schlüsse aus der Aehnlichkeit beschränkt.

§ 141. Der Blattraum wächst nur selten stärker wie n^3, oder wie der Kubus der Durchmesser der Schirmflächen, denn wie n^4 kann er nur in den ersten Jugendjahren wachsen, so lange die Krone bis auf den Boden reicht und die innere Schichte belaubt bleibt. Die Blattmasse eines Baumes erreicht jedoch in der Jugend auch dadurch die Reihe $= n^4$, wenn sich auch die Krone erhebt, daß sie sich eben in dem Kronenraum immer dichter verbreitet, sie

erreicht dadurch noch leicht dieselbe Reihe, in welcher auch die Jahrringe wachsen. Im höheren Alter wird das Gleichverhalten der Blattmasse mit der Reihe der Jahrringe dadurch unterstützt, daß die Schirmfläche in ihrem Wachsthum weniger hinter der Baumgrundfläche zurückbleibt als in den frühern Perioden, indem das Verhältniß zwischen dem Baumdurchmesser und dem Durchmesser der Schirmfläche sich hier mehr gleichbleibt. (§ 48.)

Da der Jahrring nur in der Jugend wie n^4 wächst, im Jünglingsalter schon diese Reihe verläßt und am Ende des Mannesalters meist eine nahe gleichbleibende Größe wird, so kann die Blattmasse immer der Reihe der Jahrringe nach entsprechen, wenn sich auch die Krone weniger vergrößert und die Blattmasse an den älteren Stämmen dünner steht. Mit dem Auge vergleicht man gewöhnlich die Blattmasse mit dem Baumkörper und erkennt ein Abnehmen im Verhältniß zum Letztern, mit dem Jahrring ist aber auch ein Vergleich schwer, er ist nicht zu sehen, aber mit der Baumoberfläche ist er ausführbar, und ein solcher Vergleich spricht für ein Gleichverhalten mit dem Jahrringinhalte, die Blattmasse braucht dann nur in den Jugendjahren, so lange die Jahrringdicke zunimmt, stärker als die Oberfläche zu wachsen, um dem Jahrringinhalt gleichzukommen, später sogar schwächer, wie die Jahrringdicke abnimmt, sie kann also, während sie sich lichtet, dem Jahrring noch entsprechen.

Vom Wachsthum des Wurzelstocks.

§ 142. Der Wurzelstock mit seinen Wurzeln wächst wie die Baumkrone durch Auflegung einer dünnen Schichte über seine ganze Oberfläche, durch Verlängerung und Vermehrung der Verzweigung. Dieses Wachsthum geht jedoch nicht in dem Verhältniß, wie die Baumkrone in die Höhe wächst, in die Tiefe vorwärts, sondern wird hier mehr beschränkt, indem Wasser und Luft nicht tief eindringen und das Wachsthum begünstigen, feste Bodenschichten das Eindringen hindern; die Wurzeln dringen darum selten mehr als einige Fuß in die Tiefe. Die Wurzelmasse verbreitet sich darum mehr der Oberfläche nach und überschreitet aber auch die Schirmfläche durchschnittlich nicht viel. Es sind vorzüglich die Akazien, die Aspen und Pappeln, auch noch die Kiefern unter entsprechenden Verhältnissen, welche weit umherwurzeln. In die Tiefe dringen noch am meisten die Wurzeln der Eiche und der Ulme.

Der Wurzelstock der Samenpflanzen zeigt auch nur in der ersten Jugend 6—8 Jahre vorherrschend ein Streben, sich in die Tiefe zu

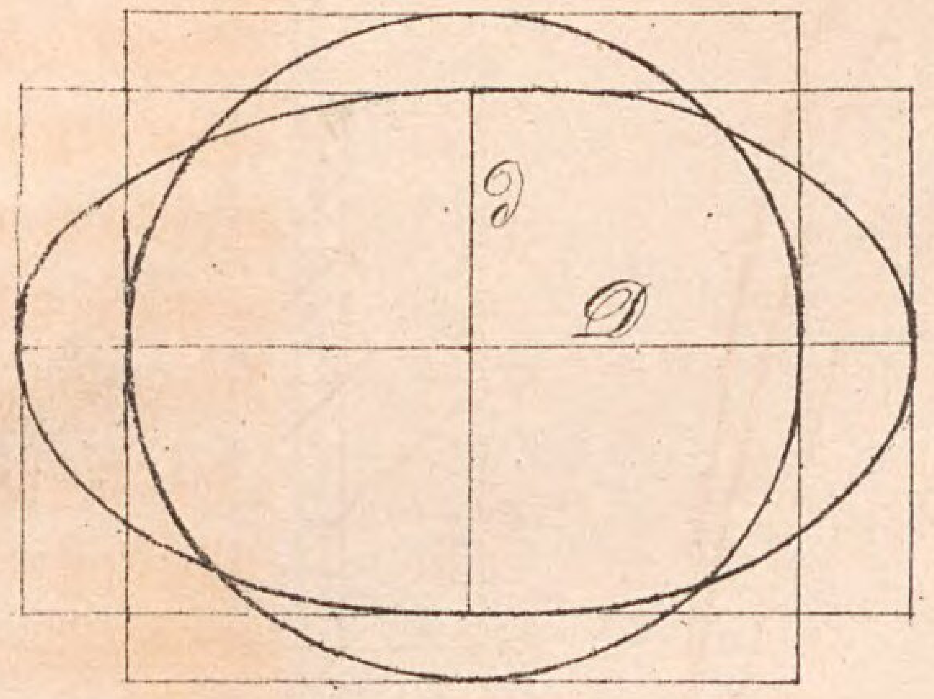
verlängern, oder ist mehr eine Verlängerung des Schaftes, eine Pfahlwurzel, von der alle Wurzeläste ablaufen, bis sie sich zur Faser verdünnt hat. Im Jünglingsalter des Baumes aber erkennt man schon, daß die Seitenwurzeln sich mehr wie die Pfahlwurzeln verdickt haben, und diese schon meist an Stärke übertreffen. Da die Seitenwurzeln einen der Atmosphäre immer zugänglichen Wachsraum haben, während der Pfahlwurzel durch Erweiterung des Wurzelstocks und der Verbreitung der obern Wurzeläste die Atmosphäre und die Niederschläge aus derselben immer mehr abgesperrt werden, ist die Pfahlwurzel im Mannesalter meist nicht dicker als sie schon im Jünglingsalter war, während in den Seitenwurzeln aller Halt des Baumes liegt. Im Greisenalter ist die Pfahlwurzel meist schon abgestorben, verpflanzt oft Fäulniß in Stock und Saft, der Baum fällt, wie die Seitenwurzeln durchgehauen sind. Der Wurzelstock selbst geht hiebei selten mehr wie 2′ in die Tiefe. Tiefer zeigen sich nur noch die Wurzeläste, in die er sich vertheilt hat. Der Jahrring legt sich immer so vorwiegend auf die der Atmosphäre zugewendeten Seite der Stockoberfläche, daß der Wurzelstock der ältern Bäume immer mehr aus der Erde herauszutreten scheint.

§ 143. Für den Wurzelstock allein ergab sich § 60 ein Verhalten wie der Kubus der Schaftdurchmesser, indem der Stock nur in der frühen Jugend des Baumes länger, als die untere Schaftstärke beträgt, ist, dafür aber dünner, im Mannesalter des Baumes aber etwas kürzer, dafür aber relativ breiter.

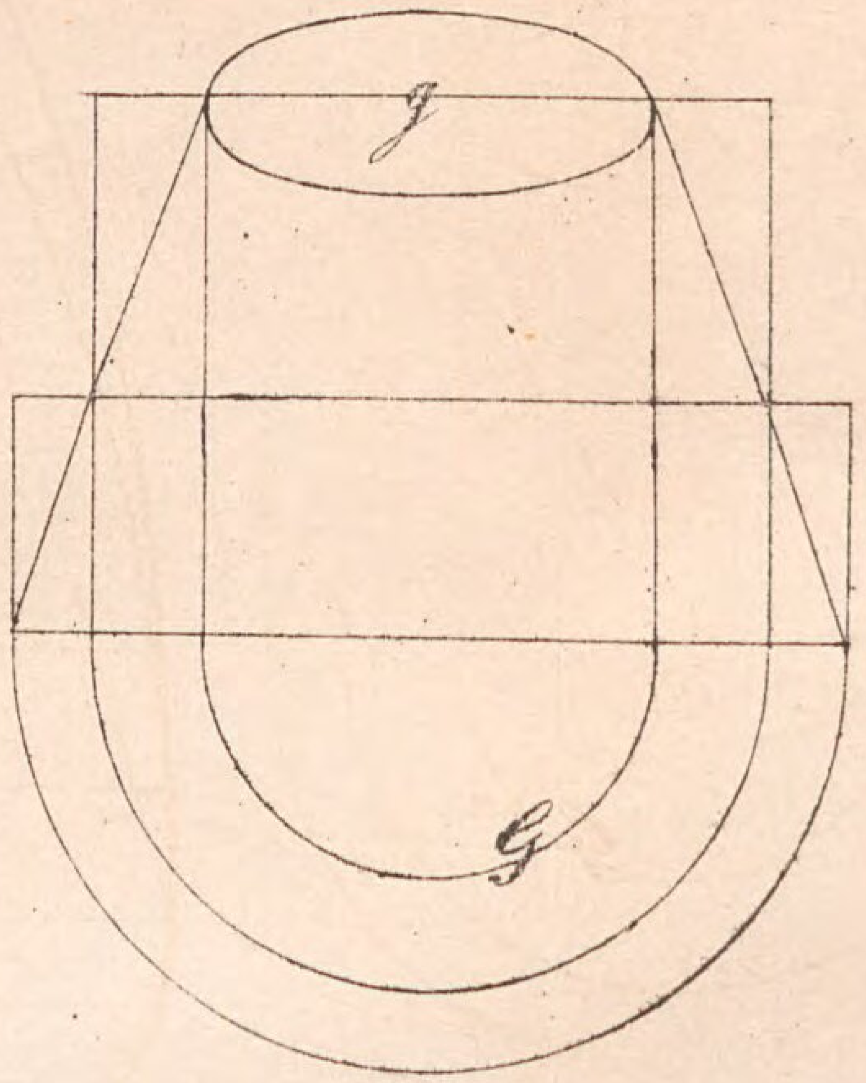
So lange also der Schaftdurchmesser wie $n^{3/2}d^d$ wächst, wächst der Wurzelstock wie $n^{9/2} = n^{4^1/_2}$, so lange der Durchmesser wie nd^d wächst, wie n^3d^{d3} und wenn der Durchmesser endlich wie $n^{1/2}$ wächst, wächst der Wurzelstock wie $n^{3/2}$. Im Verhältniß zum Schaftinhalt ergibt sich dadurch folgendes Verhalten der Stockholzmasse: In der Jugend wächst der Schaft wie $n^3g^dn^2h^d = n^5i^d$, das Verhältniß ist also $n^5 : n^{4^1/_2} = 1 : \frac{1}{n^{1/2}}$ oder das Stockholz nimmt gegen das Schaftholz in der Jugend ab. Im mittleren Alter ist das Verhältniß $n^2g^dnh^d : n^3d^{d3} = 1:1$. Schaft- und Wurzelholz wachsen gleichmäßig. Läßt aber der Höhenwuchs dabei nach, so nimmt das Stockholzverhältniß zu, denn $n^2g^dn^{1/2}h^d : n^3d^{d3} = 1 : n^{1/2}$, noch mehr, wenn der Höhenwuchs ganz fehlt $n^2g^dH : n^3d^{d3} = 1 : n$.

Wenn dabei auch die Jahrringstärke nachläßt, der Durchmesser nur wie $n^{1/2}$ zunimmt, ist das Verhältniß $= ng^dH : n^{3/2}d^d 1 : n^{1/2}$, oder das Stockholzverhältniß nimmt wie die Wurzel aus den Jahren zu.

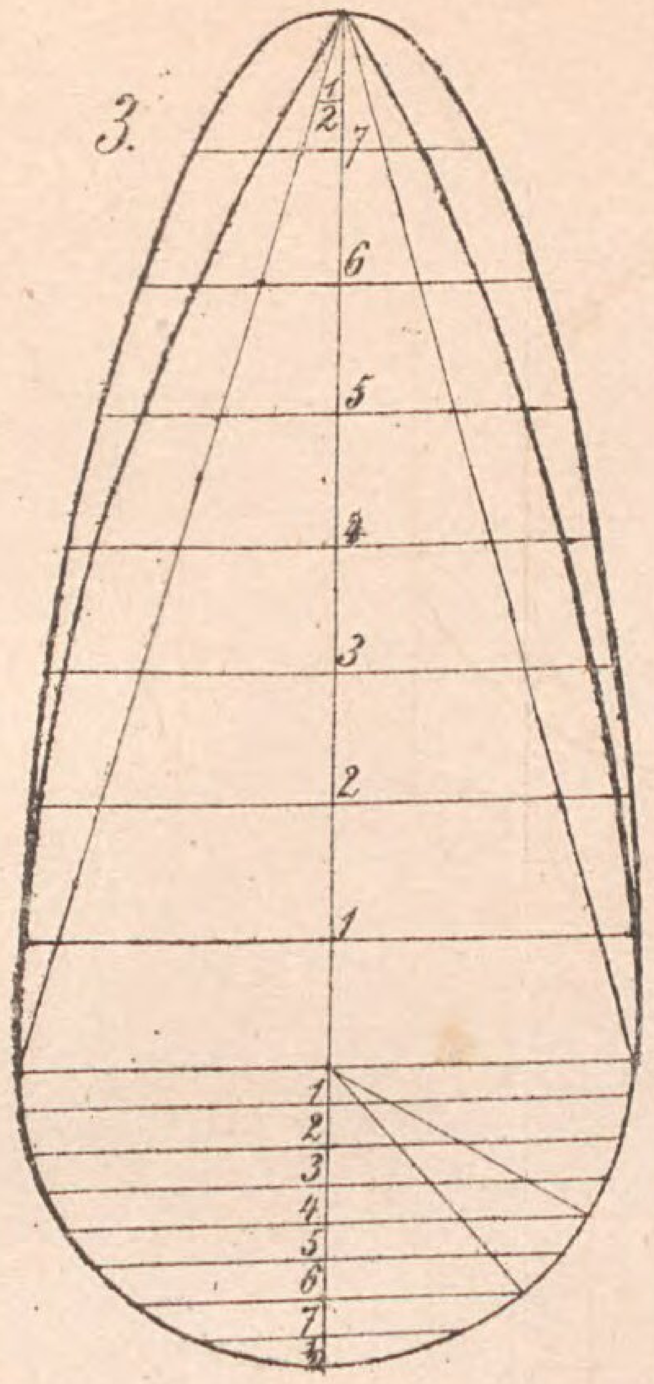
Fig. 1



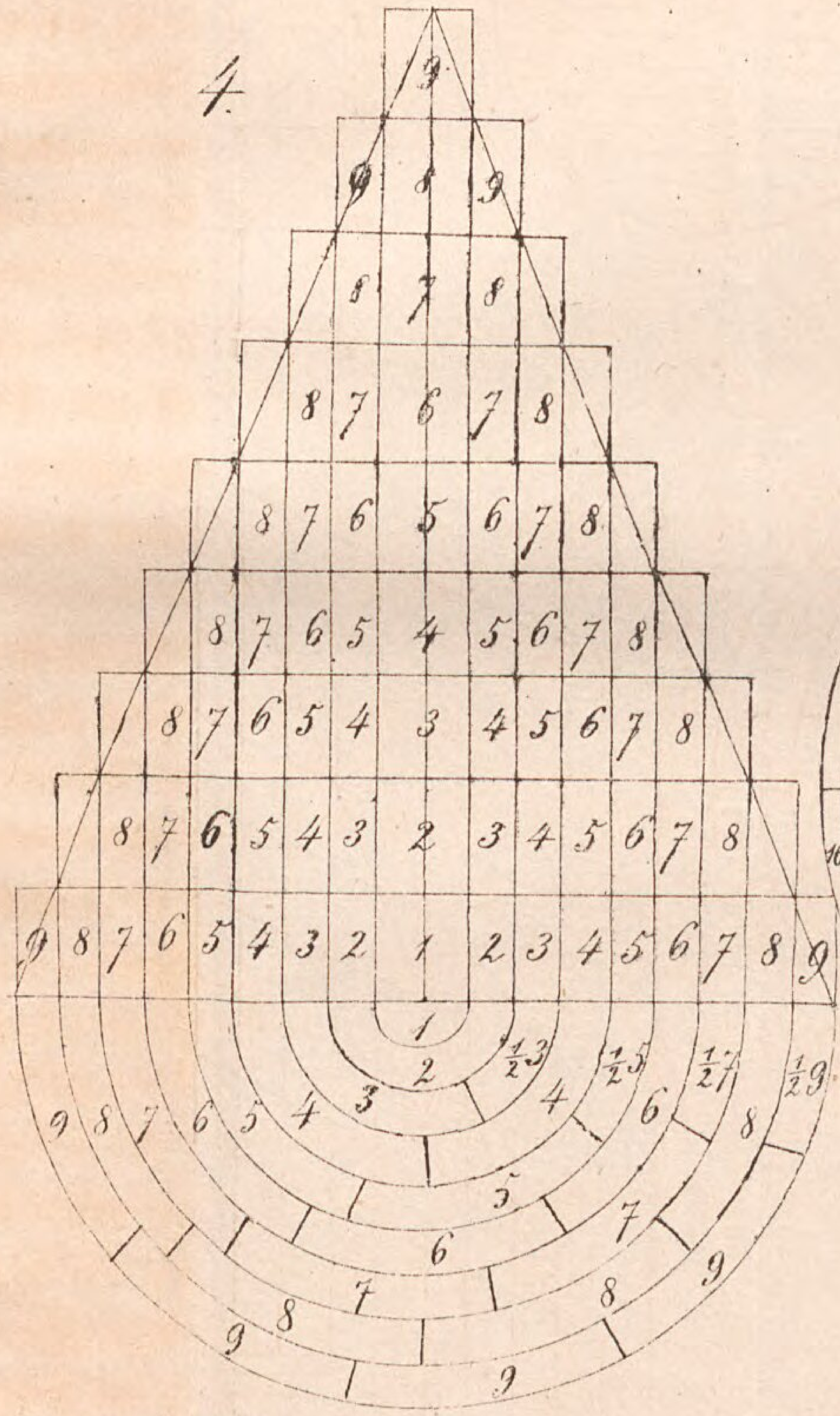
2.



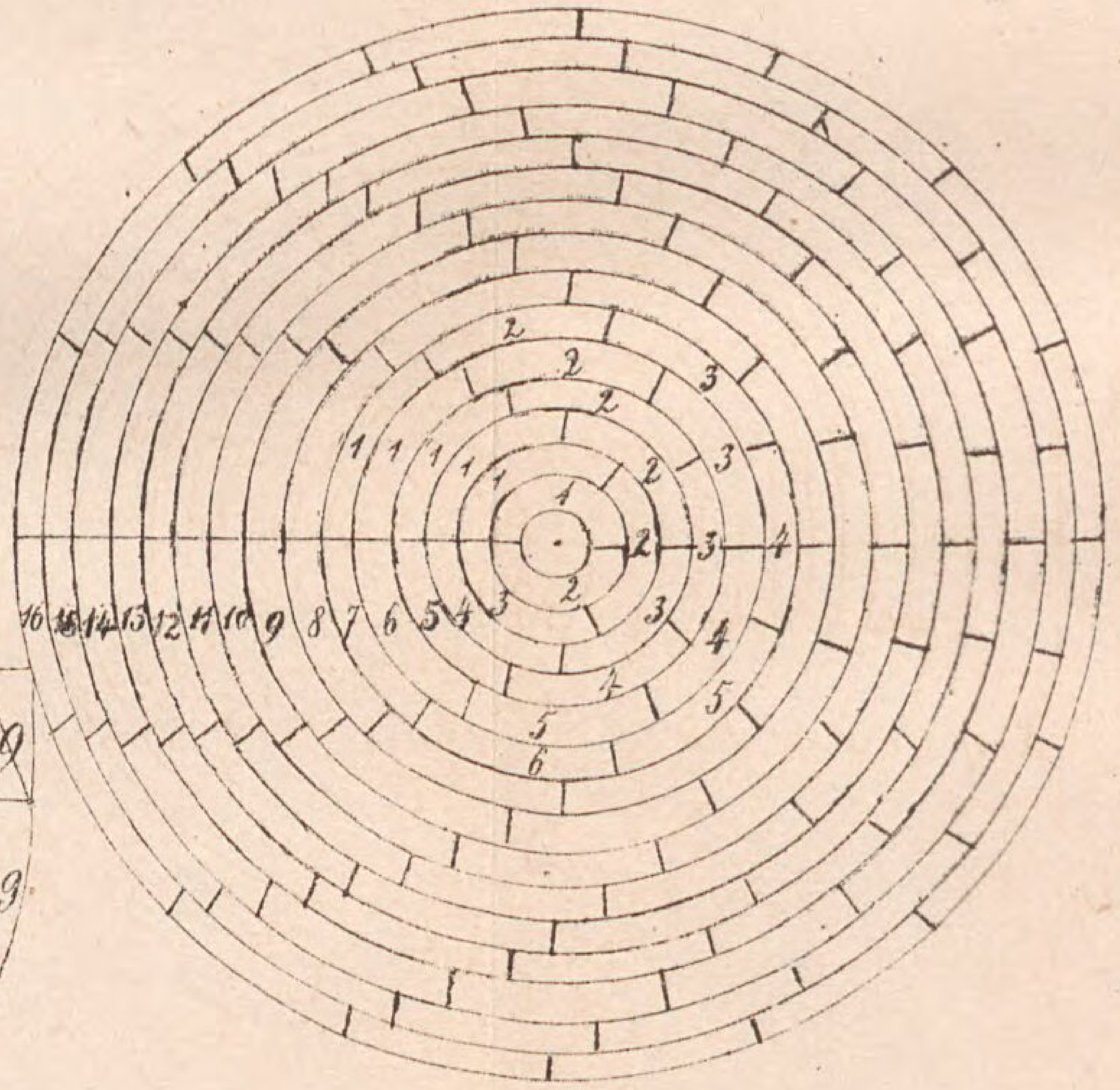
3.



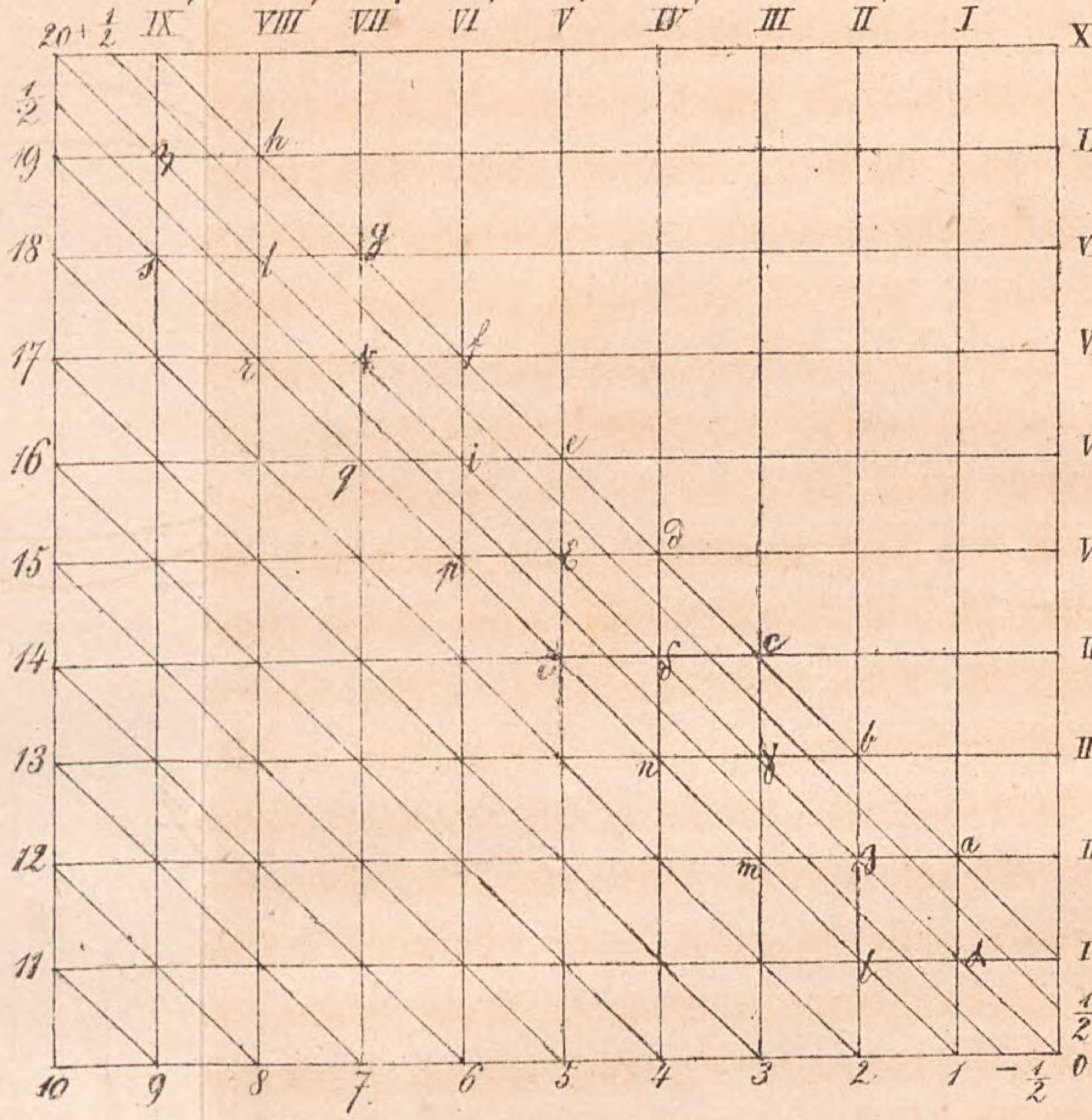
4.



5.



6.



7.

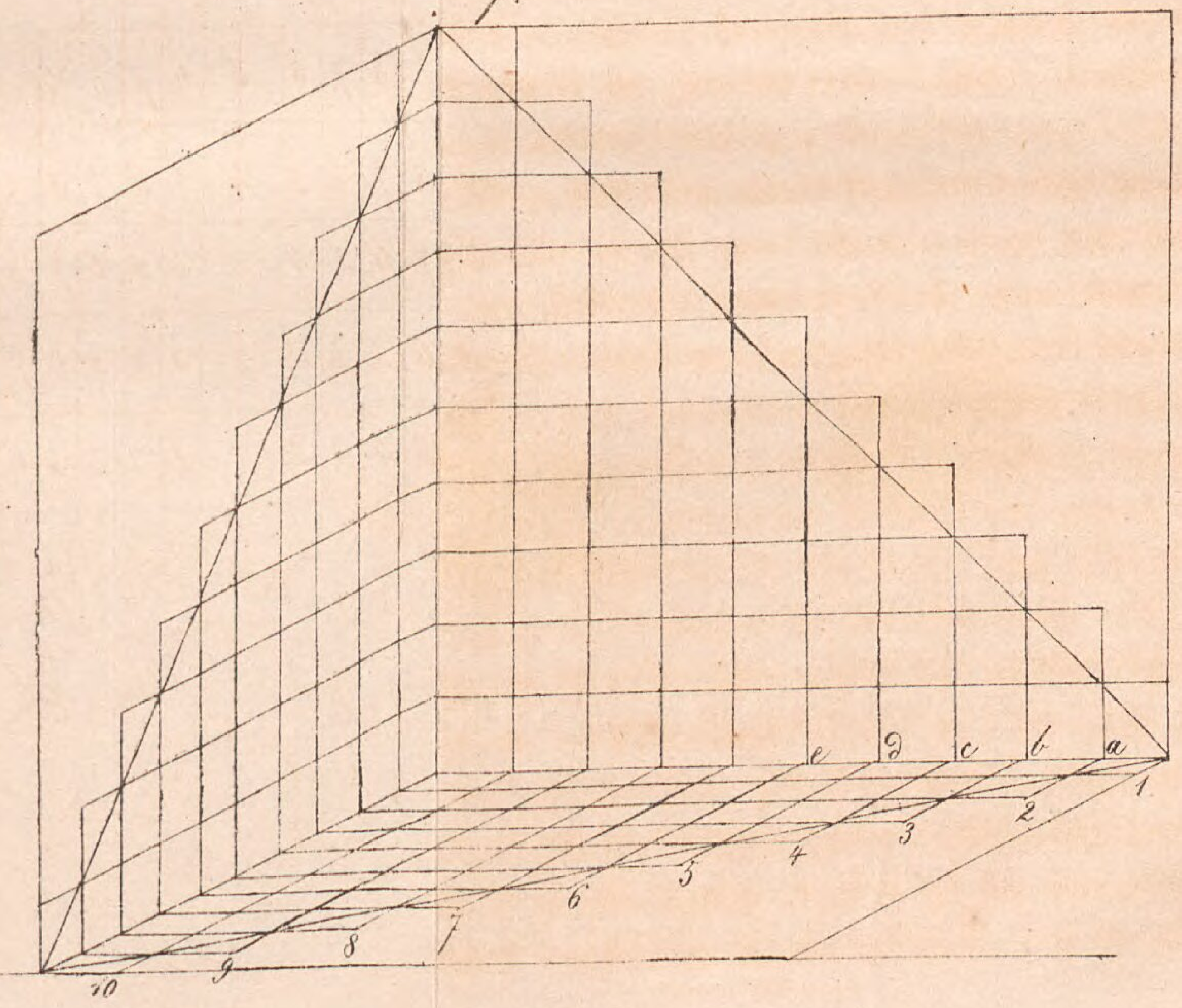
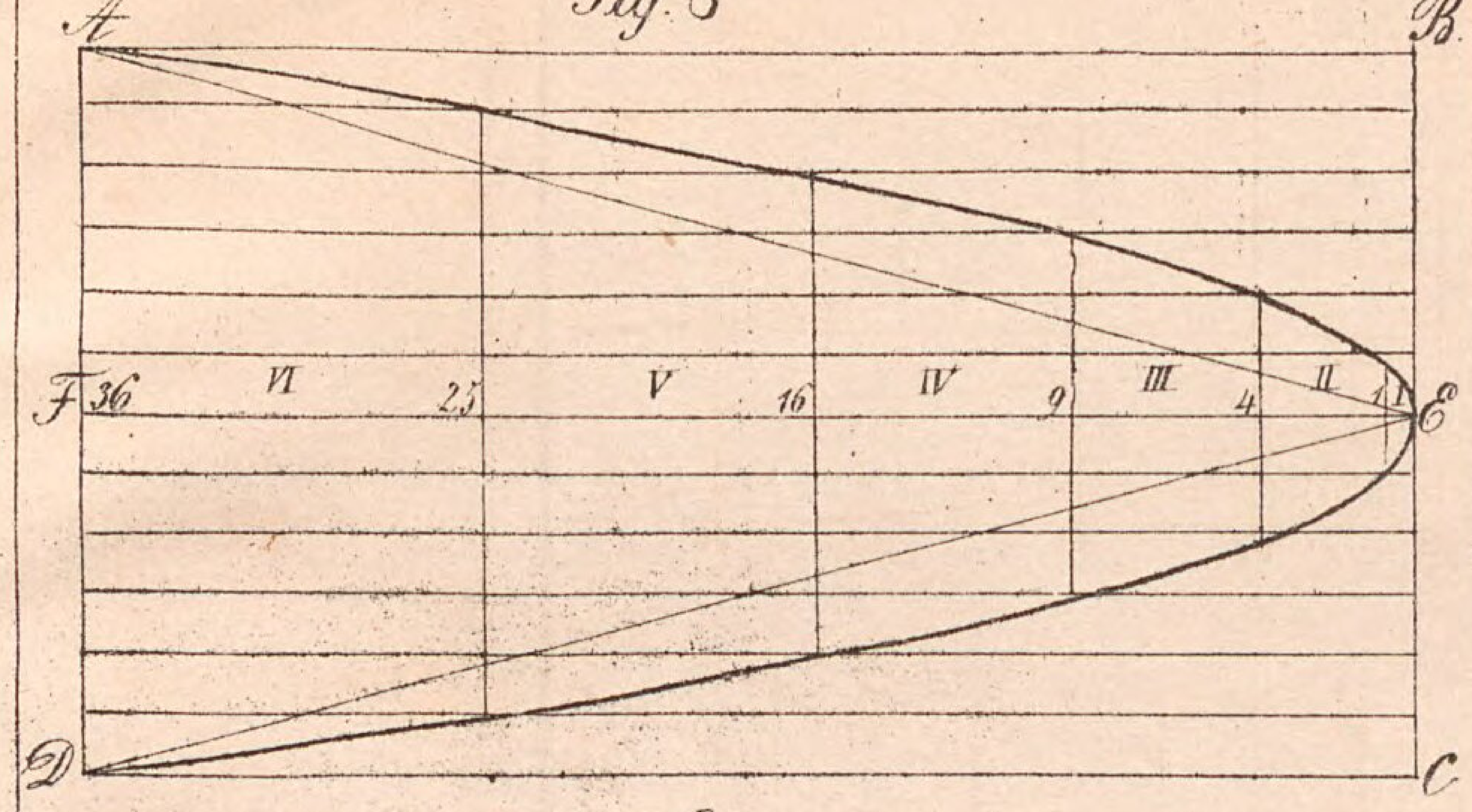
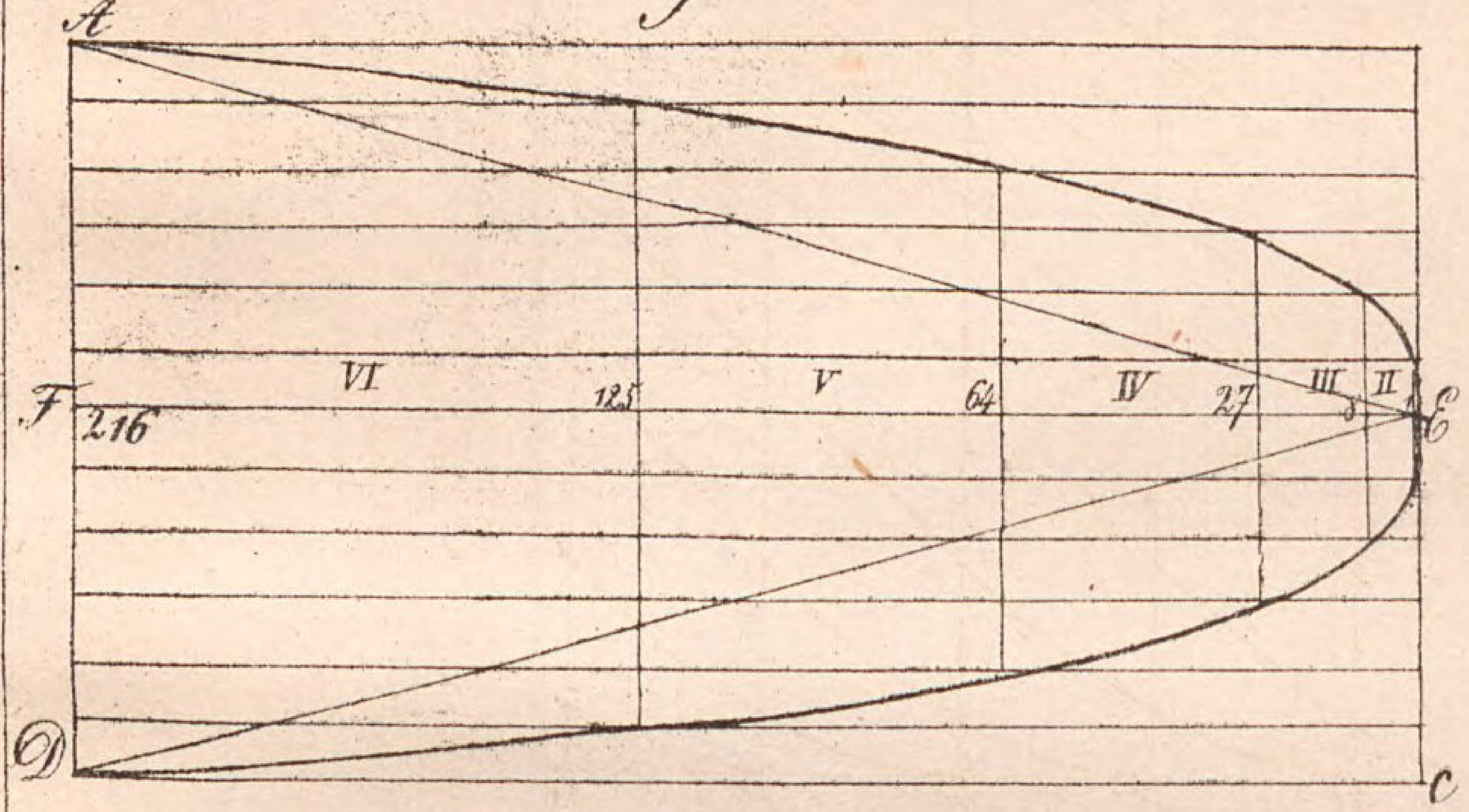


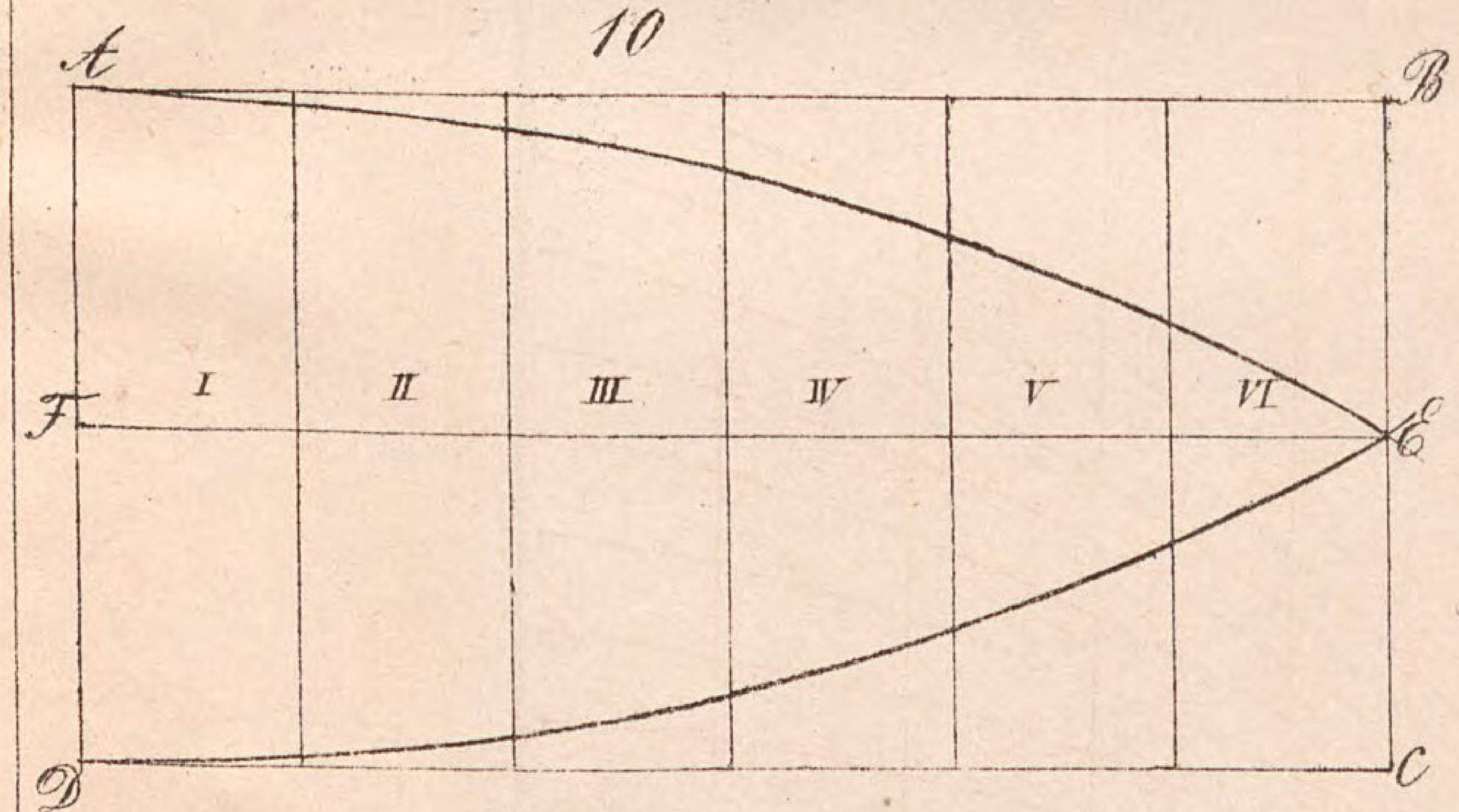
Fig. 8



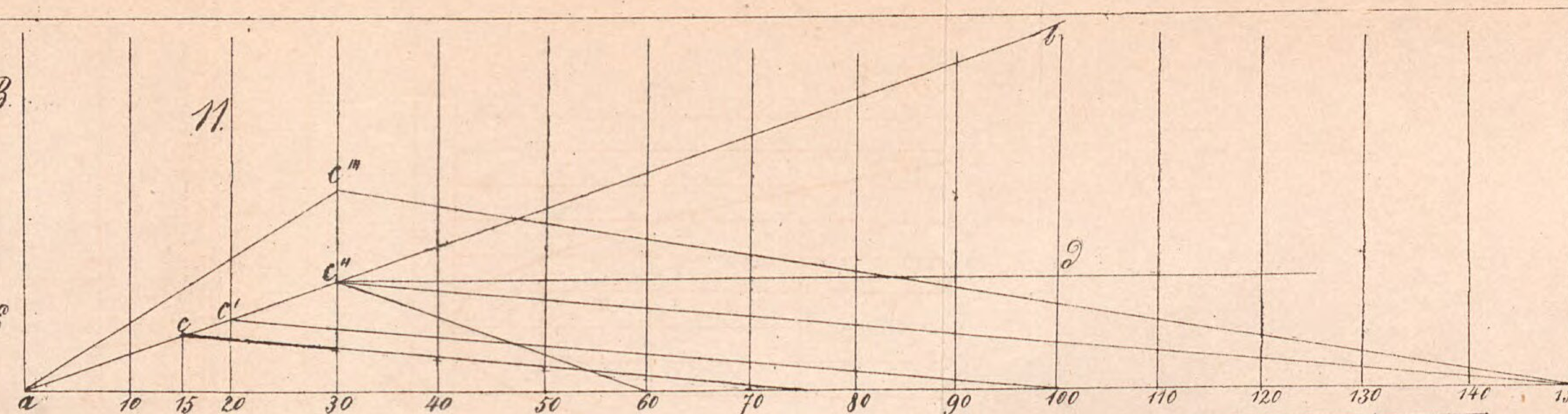
9.



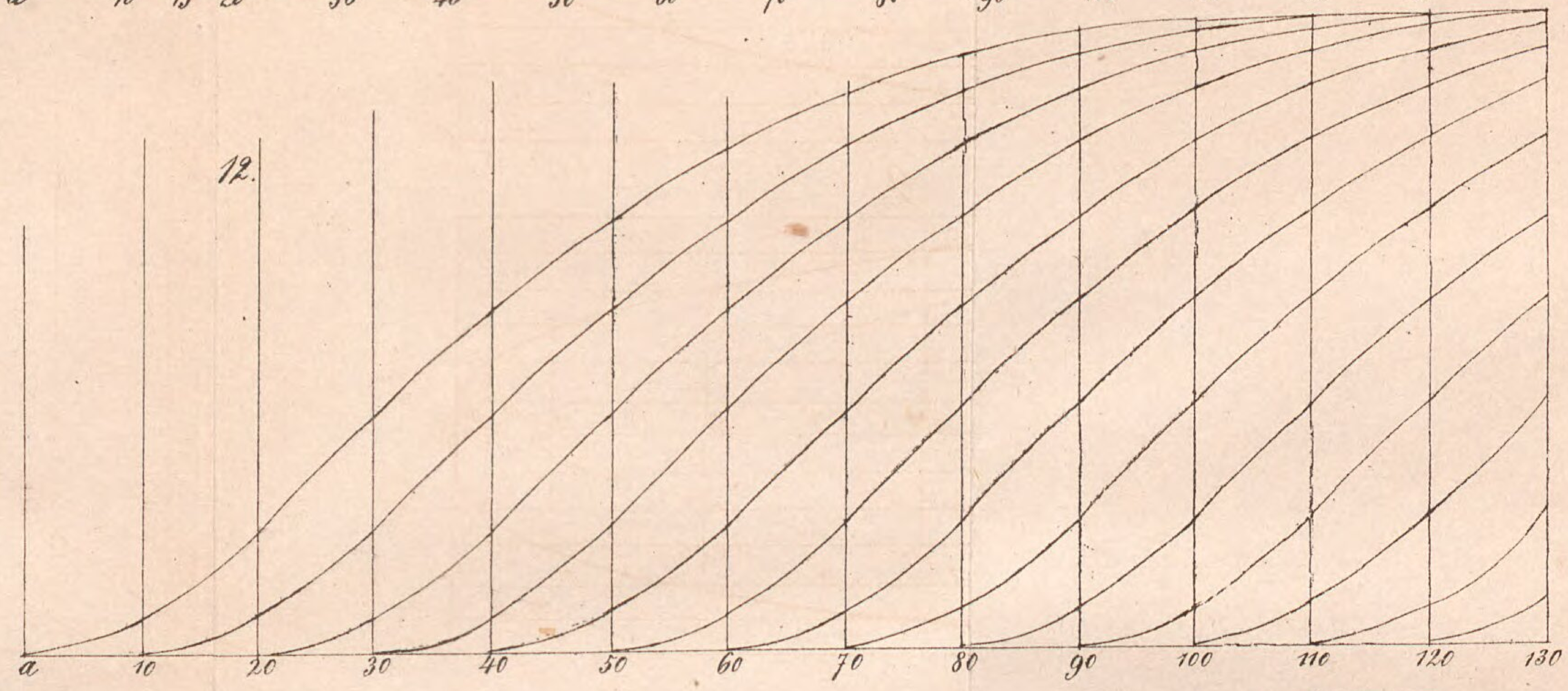
10



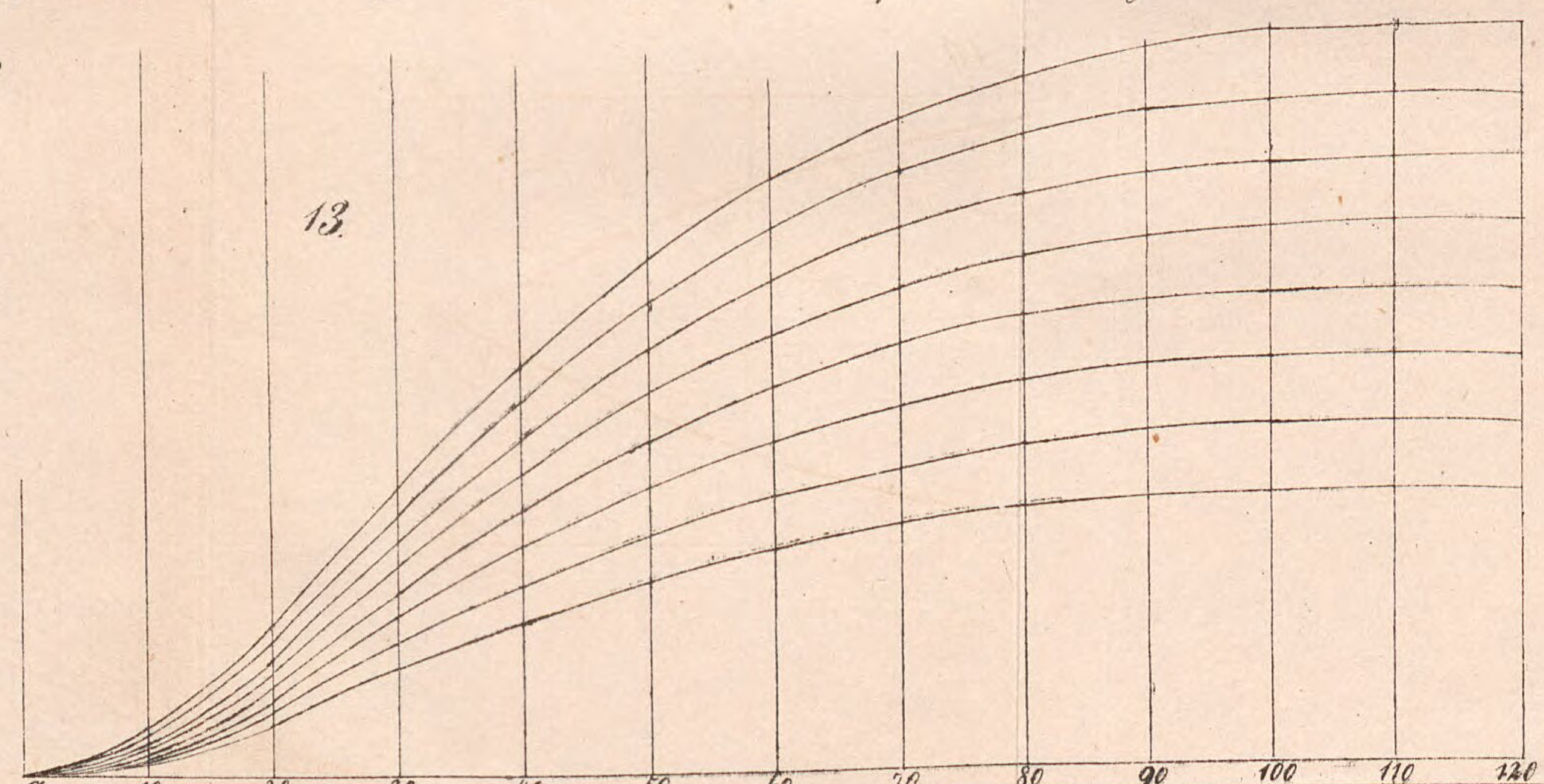
11.



12.



13.



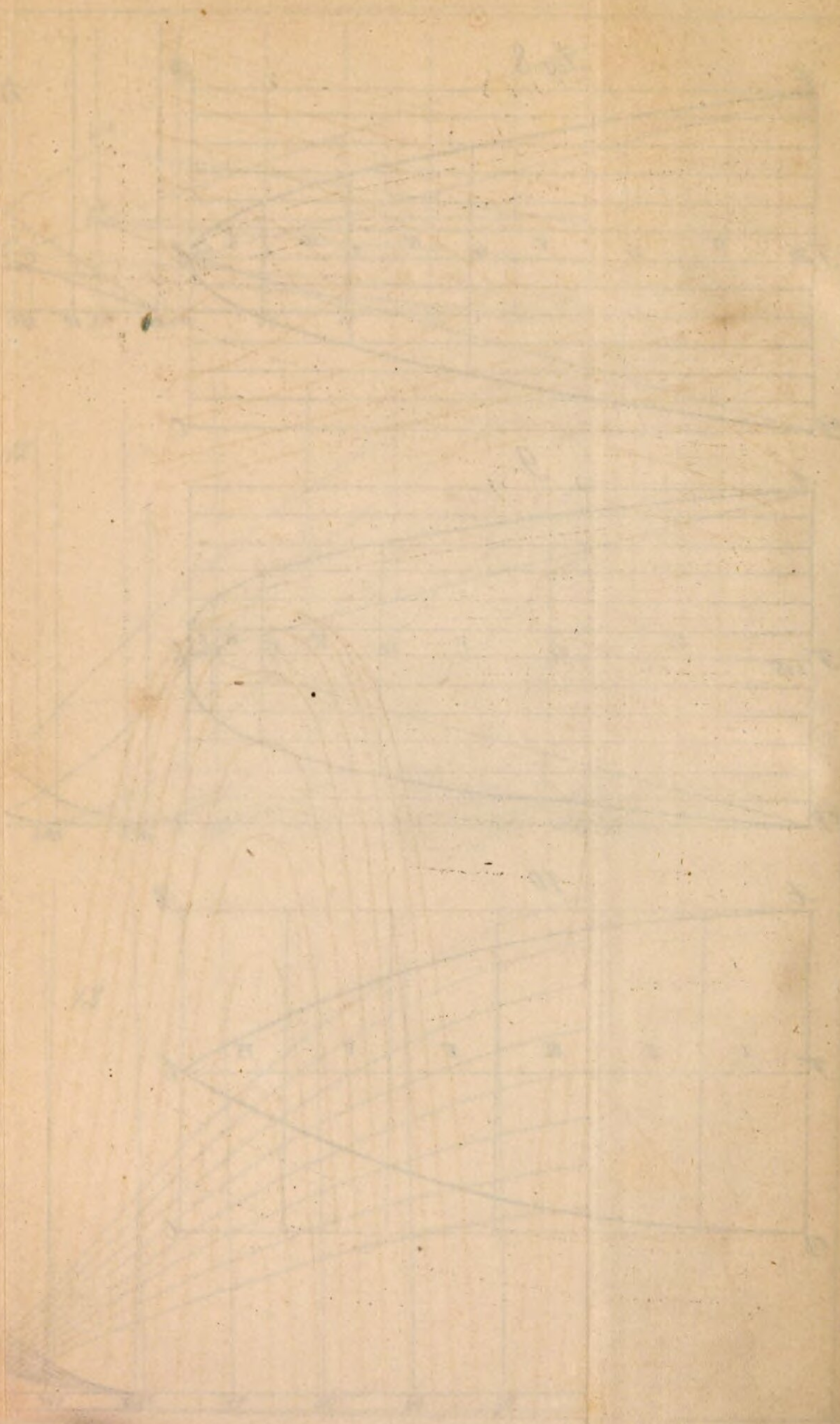
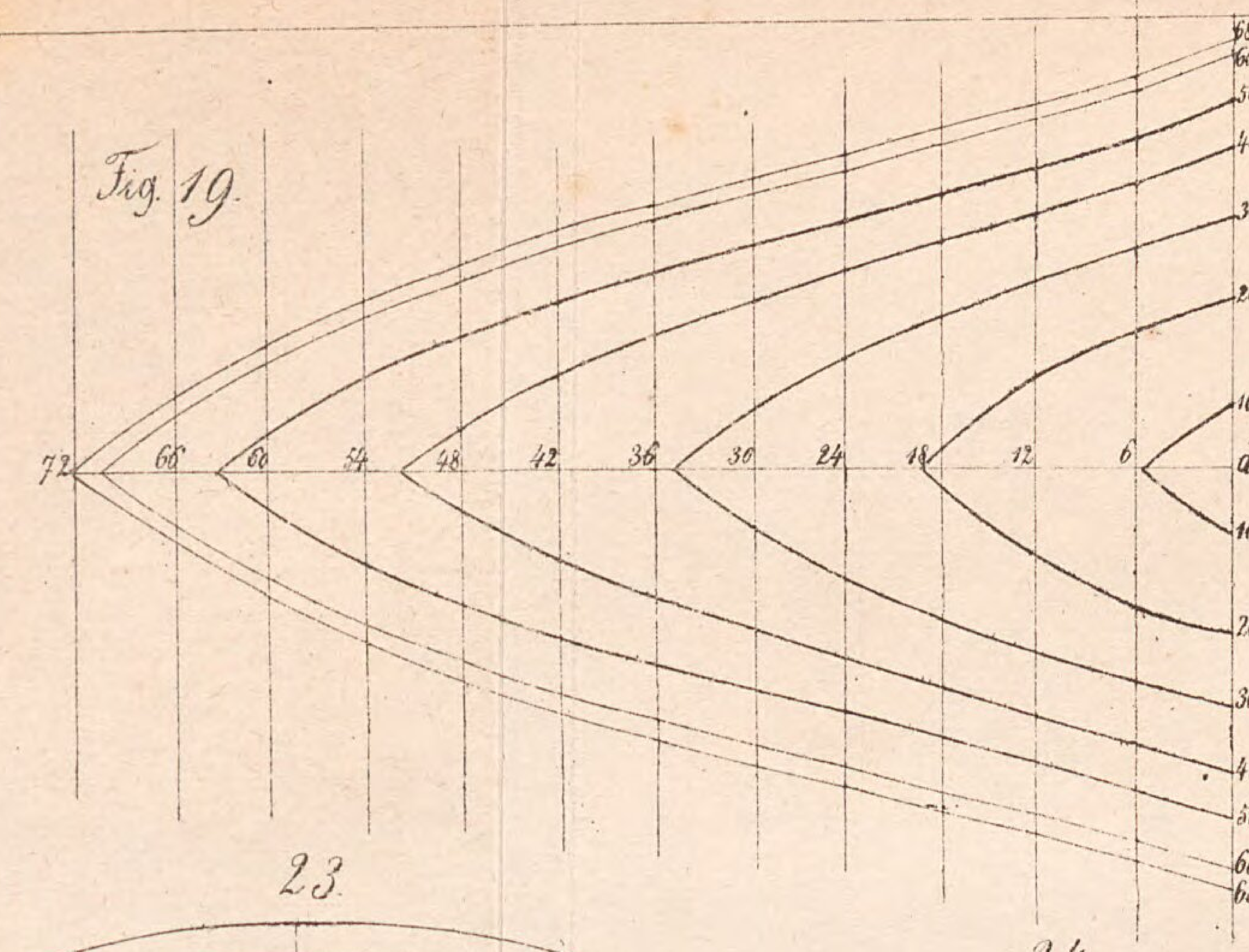
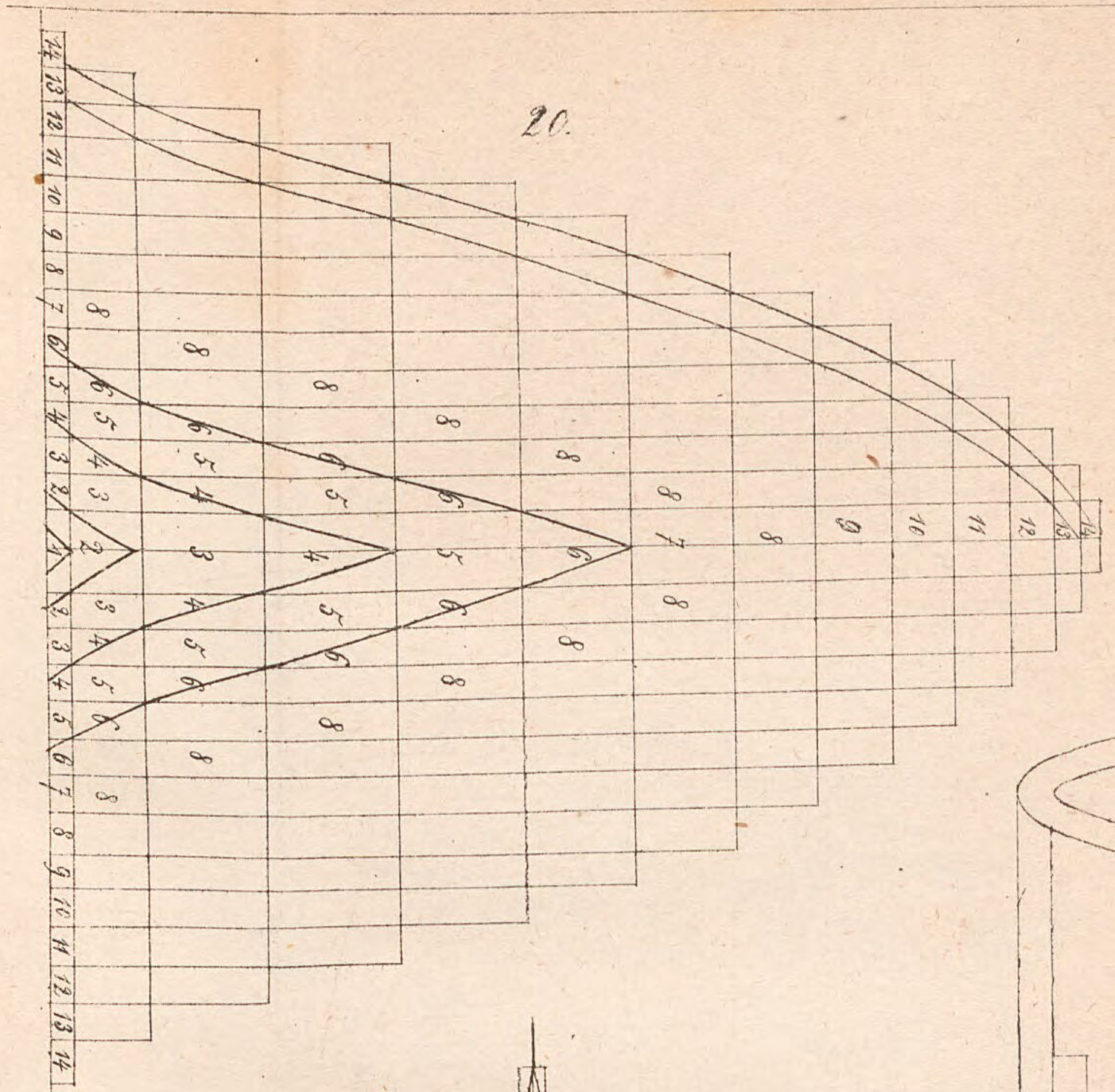


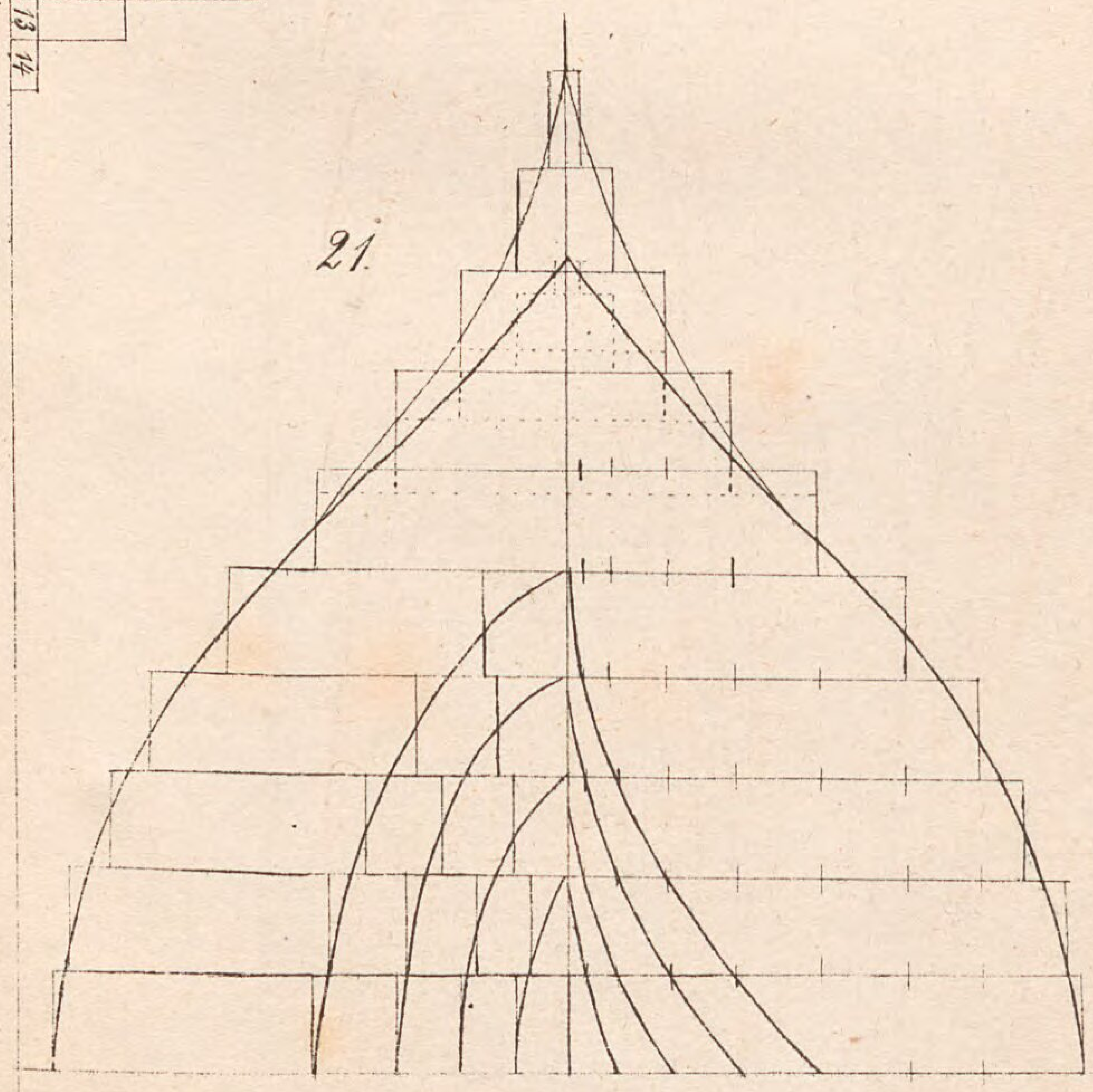
Fig. 19.



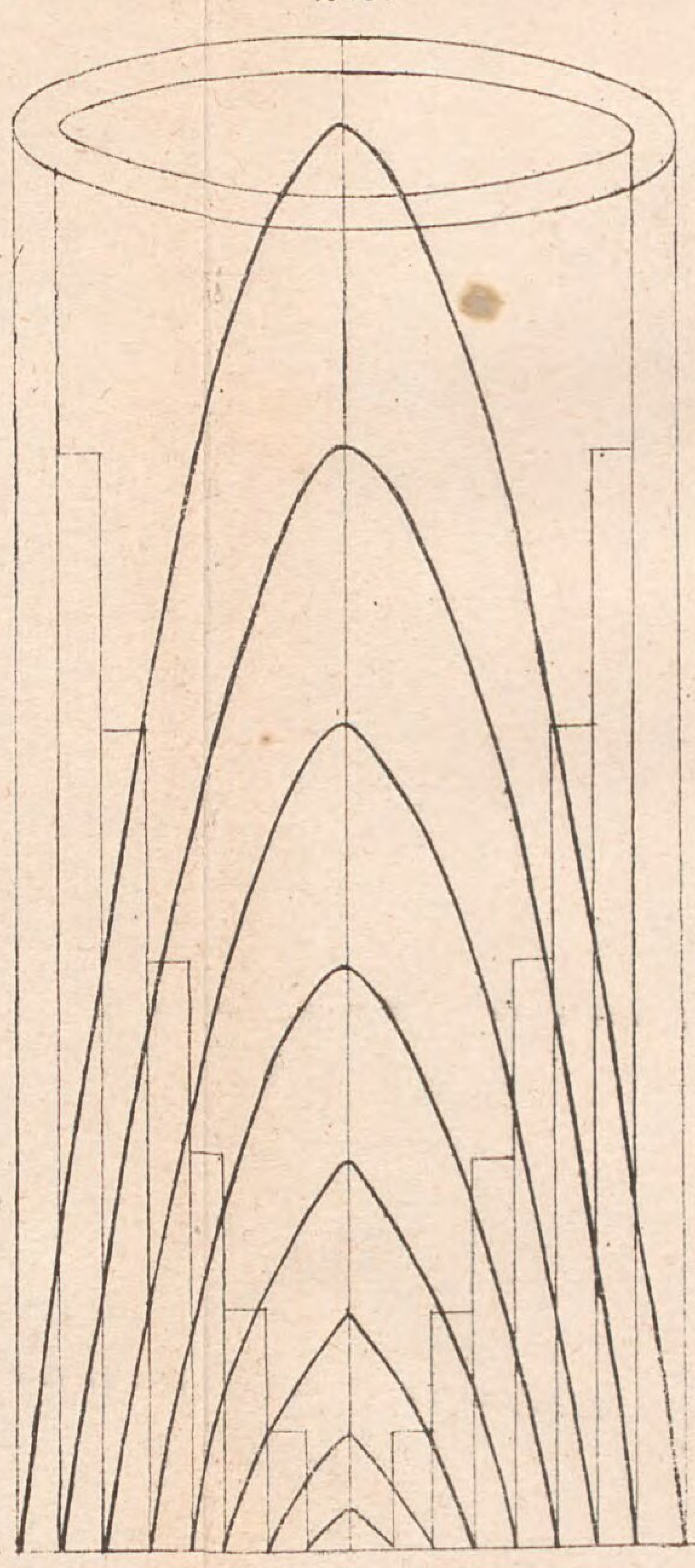
20.



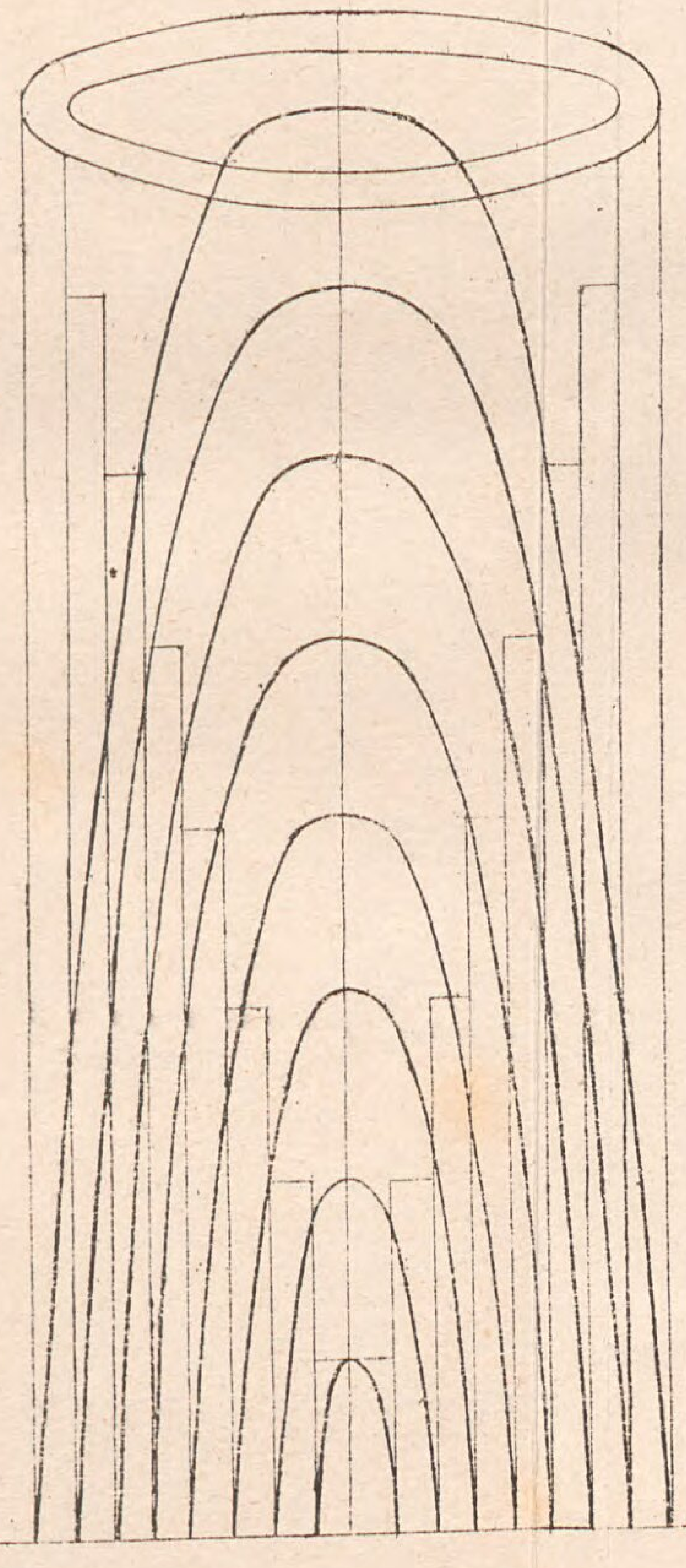
21.



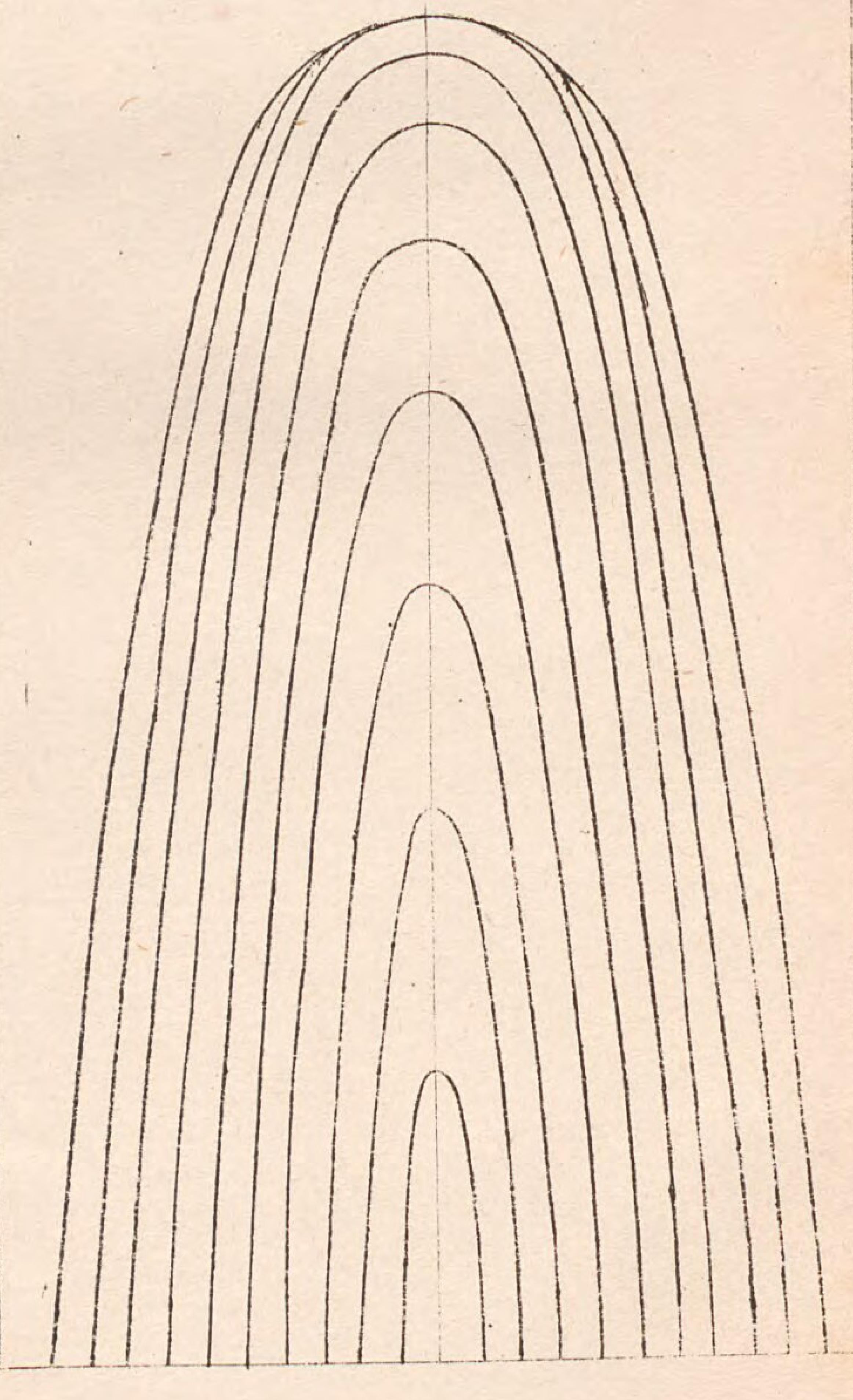
22.

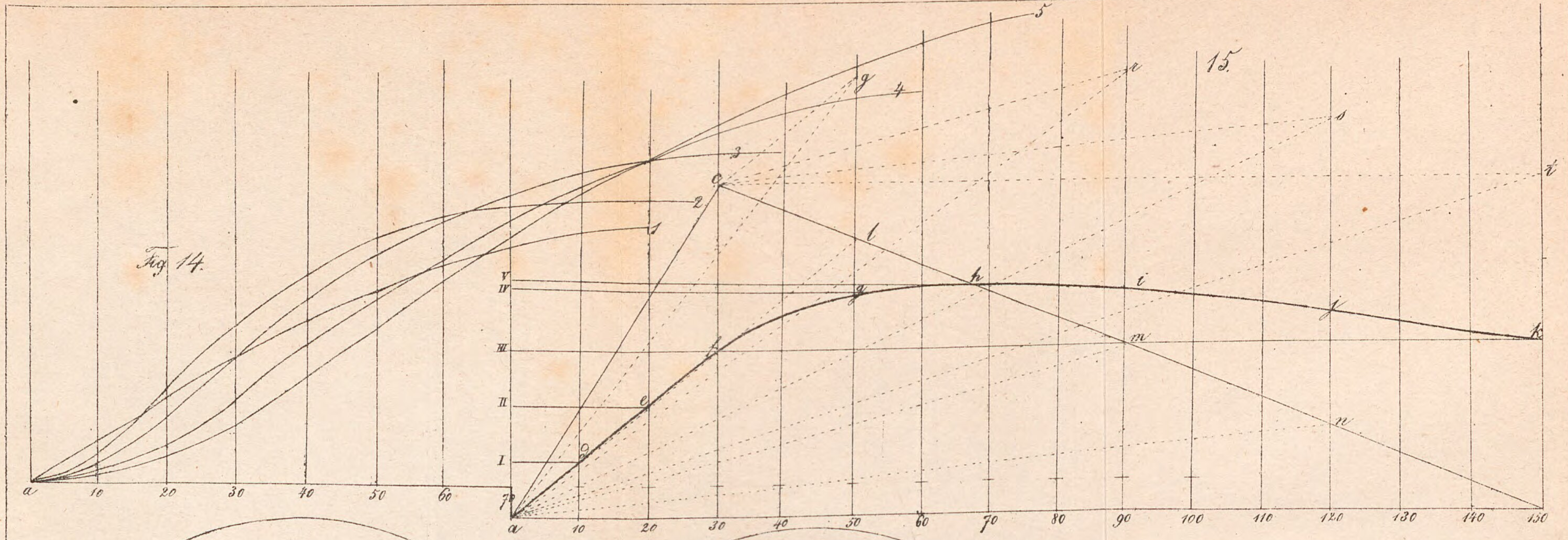


23.

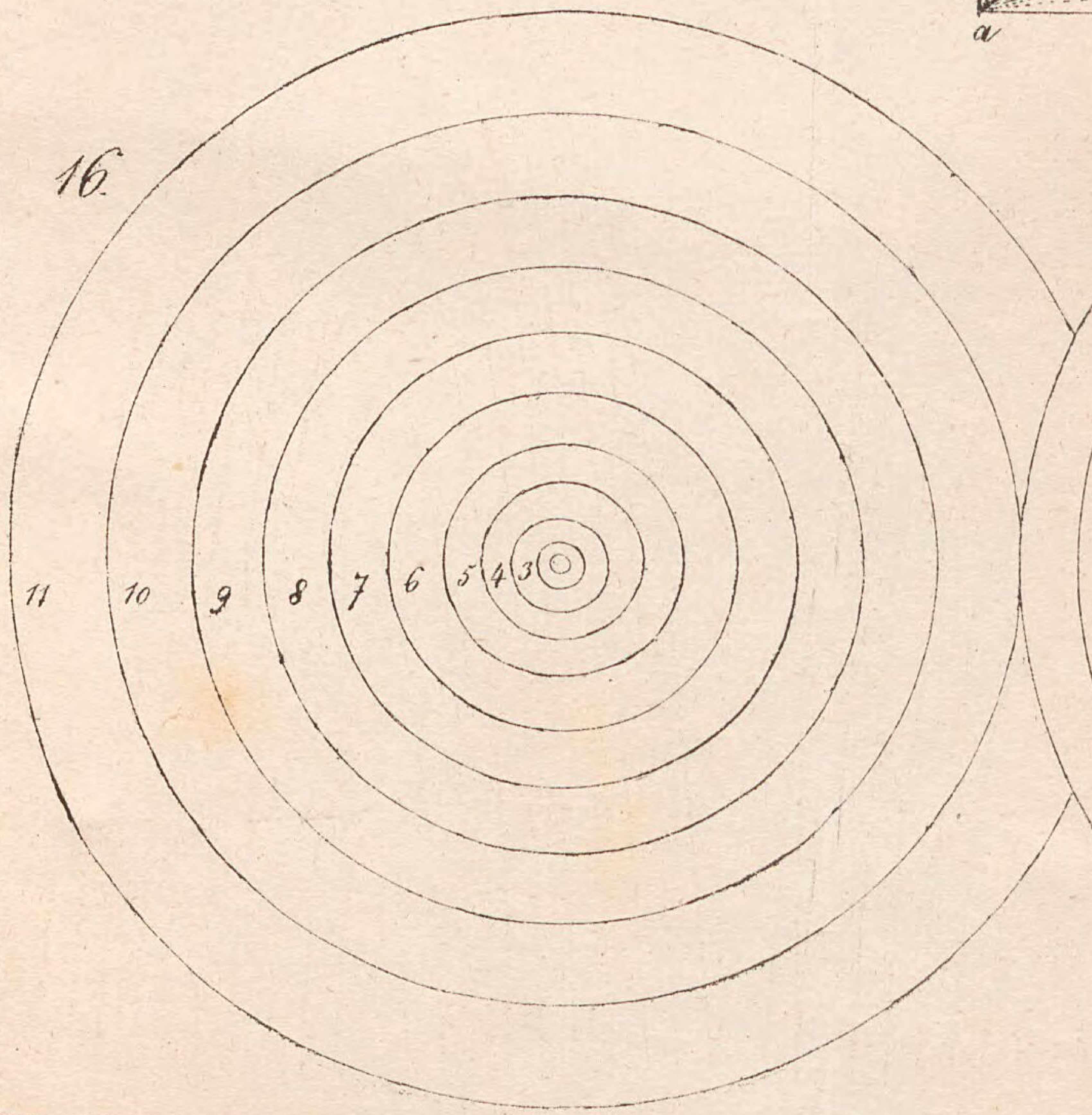


24.

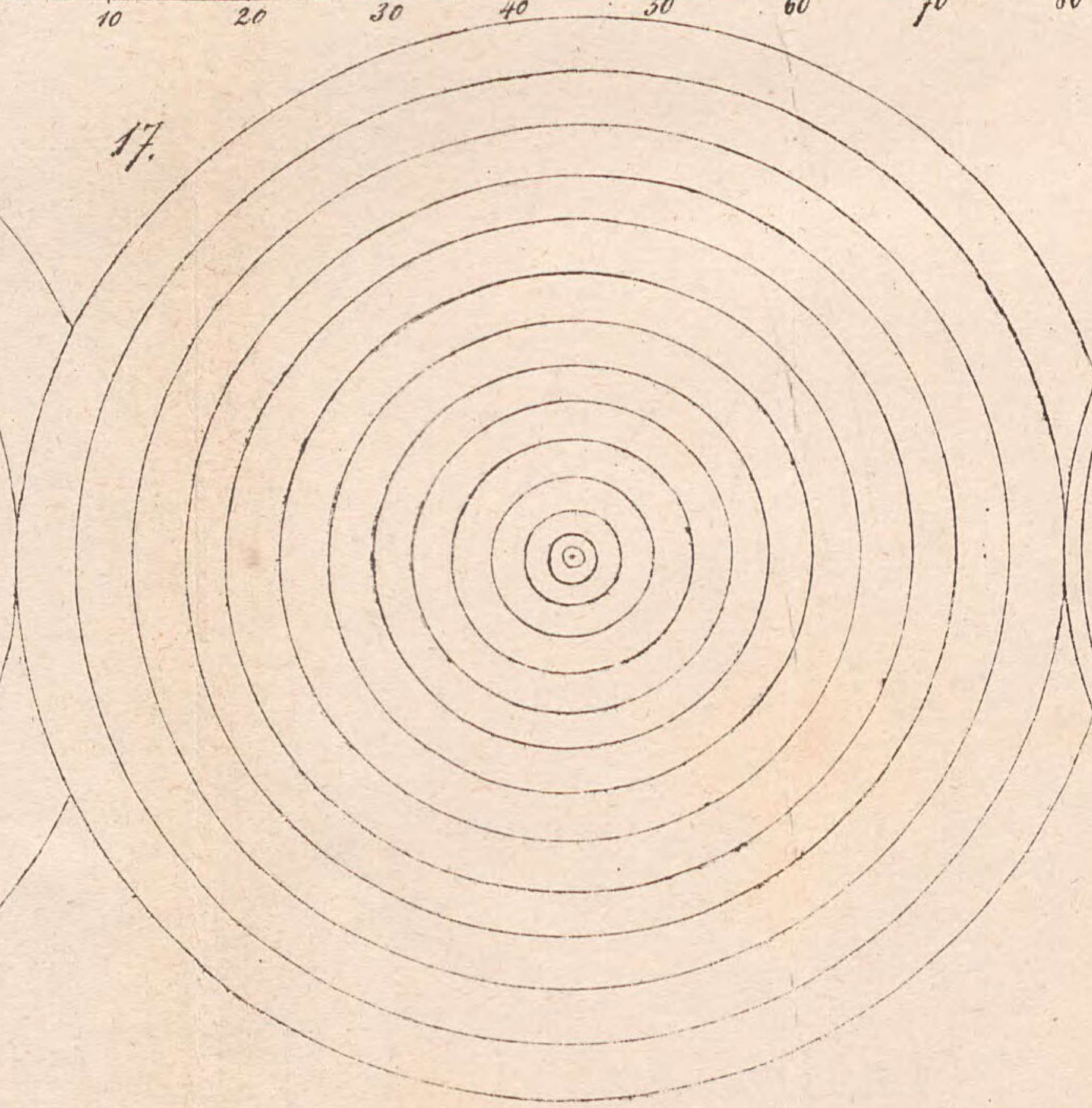



Fig. 14.
15.
1
2
3
4
5
a
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100
110
120
130
140
150
I
II
III
IV
V
b
c
d
e
f
g
h
i
j
k
l
m
n
q
r
s
t

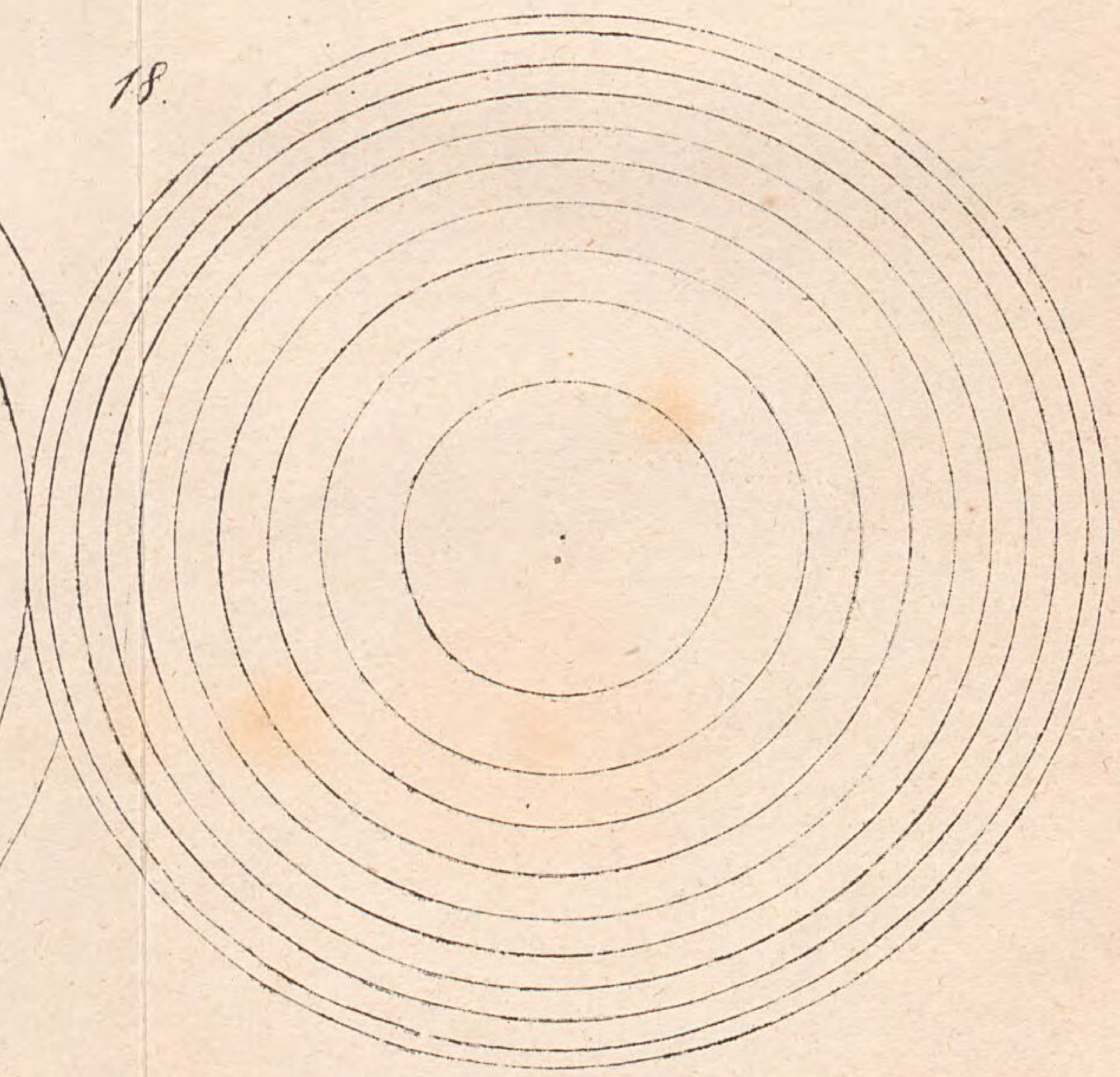
16.


11
10
9
8
7
6
5
4
3

17.



18.



Albert, Ge.

Untersuchungen wegen Bestimmung der Walderträge Von den Waldbäumen. Mit 4 lithogr. Tafele

Bd.: 2

Wurzburg 1854